# インバータによる永久磁石電動機駆動時の総合損失評価

小倉 工\* 伊東 淳一(長岡技術科学大学)

Evaluation of total loss for an Inverter and permanent magnetic motor by applying modulation strategies. Takumi Ogura\*, Jun-ichi Itoh, (Nagaoka University of Technology)

This paper evaluates total loss of a permanent magnetic motor drive system depending on each inverter modulation strategies, which are a PWM operation and a six-step operation. At first, the loss analysis of an inverter and an permanent magnetc motor is implemented by a theoretical model. As a result, when synchronous reactance is less than 26%, the PWM drive should be used in order to obtain the minimum loss. On the other hands, when the synchronous reactance is more than 26%, the six-step operation is suitable to obtain total high efficiency. Additionally, the optimum switching frequency is mentioned according to the leakage inductance. In future study, the iron loss will be considered and the optimization of the modulation strategy PM motor will be discussed in the term of experiment.

**キーワード**: インバータ損失, 方形波駆動, PWM 駆動, モータ損失 (Inverter loss, PWM drive, Square drive, Motor loss)

## 1. はじめに

近年,モータは電車やハイブリッド自動車,数多くの家 電製品などで使用されており,その需要は飛躍的に拡大し ている。また,総電力の大部分をモータが消費しており, モータの高効率化は重要な課題である。

省エネルギーの観点から、インバータを用いた交流電動 機はさまざまな分野に適用されている。インバータの出力 制御方法は様々な方式があり、用途や目的に応じた変調方 式が選択される。例えば、電車やハイブリッド自動車では 方形波駆動が使用され,家電製品ではPWM駆動が盛んに用 いられる。方形波駆動の場合、出力周波数の5次と7次高調 波成分を多く含んでいるため、出力周波数の6倍のトルク脈 動が生じる。トルク脈動分は平均トルクに寄与しないので, 高調波成分はモータの銅損を増加させる。しかし、方形波 駆動の利点として、PWM駆動よりもスイッチング周波数が 低く、インバータのスイッチング損失を抑えられること、 基本波振幅をPWM駆動より増加できることが挙げられる。 一方, PWM駆動の場合, スイッチング周波数を高くするこ とにより, 高調波成分を高次の周波数に移行させ, リプル 電流を低減することができる。このため、モータの銅損を 抑えられるだけでなく、トルク脈動を抑えることができる。 しかし、PWM駆動ではスイッチング周波数が高くなるにつ れ、インバータのスイッチング損失が増加する問題がある。

以上のように、駆動方式により、インバータ損失とモータ 損失はトレードオフの関係にある。

インバータの損失解析や誘導機,永久磁石電動機の個々 の損失解析に関する研究は多数の報告例がある<sup>(1)~(4)</sup>。例え ば現在モータの損失解析は,有限要素法を用いた電磁界数 値解析(以下,FEM)が広く用いられている。しかし,個々の モータについての議論であり,モータパラメータが大きく 変わった場合,PWM駆動と方形波駆動の得失は定量的に不 明瞭であると思われる。現在までPWM駆動と方形波駆動の トレードオフについてモータパラメータから一般的にアプ ローチしている論文は著者らの知るかぎりない。

本論文ではモータパラメータに応じて,最適なインバー タの駆動方式を選択することを目的として,インバータと モータの損失解析を机上検討により行う。

本論では、まず、インバータの定量的な損失計算法と永 久磁石電動機の銅損の計算法について述べる。次に永久磁 石電動機の場合、鉄損が無視できなくなるため永久磁石電 動機の磁石中渦電流損失について、FEMによる解析を行う。 そして、インバータの出力高調波解析を行い、モータの等 価回路から高調波成分に関する銅損を算出し、モータパラ メータと総合損失の関係を明らかにする。高調波によるモ ータ損失は、モータパラメータの同期リアクタンス L<sub>a</sub>に支 配される<sup>(10)(12)</sup>。よって、同期リアクタンス L<sub>a</sub>に応じて駆動 方式を変更することで、総合損失を最小化できる。

### 2. 損失解析方法

#### 〈2・1〉 インバータの損失解析

インバータでは、インバータを構成するスイッチング素 子により損失が発生する。スイッチ損失は、スイッチング 素子がオンまたはオフ時に発生するスイッチング損失と、 オン状態で電流が流れることにより発生する導通損失にわ けられる。

図 1(a)にスイッチング素子に流れる電流と電圧波形を示 す。スイッチング損失は,理想スイッチでは電圧と電流が 瞬時に入れ替わるが,実際には図 1(a)のように電圧電流とも にある時間をかけて変化するため生じ,図 1(a)斜線部の面積 に比例する。ターンオン損失 Pon とし,ターンオフ損失 Pof とすれば,スイッチング損失 Psw は(1)式で表される。

$$P_{sw} = P_{on} + P_{off} \quad \dots \tag{1}$$

$$P_{on} = E_{on} \times f_s \times \frac{1}{\pi}$$
(2)  
$$P_{off} = E_{off} \times f_s \times \frac{1}{\pi}$$
(3)

ただし、ターンオン損失  $P_{on}$ とターンオフ損失  $P_{off}$ は、デ ータシートから、125℃における 1 サイクルに対する損失 であるターンオン時  $E_{on}$ 、ターンオフ時  $E_{off}$ とスイッチ ング周波数  $f_s$ を乗じた(2),(3)式より求められる。

図 1(b)に導通損失 *P<sub>con</sub>*の考え方の概念図を示す。導通損失 は、電流方向によってスイッチング素子と還流ダイオード (以下, FWD)で定常的に発生する損失 *P<sub>IGBT</sub> と P<sub>FWD</sub>*に分離で き、(4)式にて表せる。

$$P_{con} = P_{IGBT} + P_{FWD} \dots (4)$$

$$P_{IGBT} = I \times V_{ce} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{D}{3\pi}\cos\theta\right) \dots (5)$$

$$P_{FWD} = I \times V_{F} \times \left(\frac{1}{8} - \frac{D}{3\pi}\cos\theta\right) \dots (6)$$

データシートより,素子に流れる電流に対する電圧  $V_{CE}$ ,  $V_F$ を得て,PWM 信号のデューティを D とし,力率を  $\cos\theta$ としたとき,スイッチング素子の導通損失  $P_{IGBT}$  と FWD の 導通損失  $P_{FWD}$ は,(5),(6)式で求めることができる。(5),(6) 式より, IGBT と FWD の導通損失はスイッチング周波数に 依存しないことがわかる。

図 1(c)に FWD に流れる電流を示す。逆側の IGBT がオン するときに, FWD に逆バイアスが加わり,逆回復電流が発 生し,損失が発生する。ダイオードのターンオフ損失が逆 回復損失である。データシートより,逆回復電流 *I<sub>rr</sub>*と逆回 復時間 *t<sub>rr</sub>*を読み取り,インバータの直流リンク電圧を *V<sub>dc</sub>* として,(7)式により FWD の逆回復損失を求めることが出来 る。





(a) Switching loss.

(b) Conduction loss.



(c) Recovery loss.
 図 1 インバータ損失
 Fig. 1. Inverter loss.

## 〈2·2〉 永久磁石電動機の損失解析

## 2・2・1. モータ電流の基本波に対する永久磁石電動機の損 失解析

図2に基本波に対する等価回路を示す。図2に示す回路 は、一般的な永久磁石電動機の1相分T型等価回路である。 なお、永久磁石電動機の損失解析を行う際に永久磁石電動 機は定格運転(定格速度、定格トルク)を想定している。

永久磁石電動機の銅損は,一次電流 *I*<sub>1</sub>と一次抵抗 *R*<sub>1</sub>から 発生する損失となるので, (8)式から求められる。

 $P_1 = R_a I_1^2$ .....(8)

#### 2・2・2. 高調波に対する永久磁石電動機の損失解析

方形波駆動, PWM 駆動では, 高調波電圧が永久磁石電動 機に印加される。その結果, 永久磁石電動機に高調波成分 による損失が発生する。

図3に永久磁石電動機の1相分の高調波等価回路を示す。 逆起電力は高調波成分を含んでいないものとしているため、高調波等価回路は一次抵抗と同期リアクタンスのみと なる。インピーダンスは同期リアクタンス L<sub>a</sub> が支配的にな るため、各高調波電圧によって生じる各高調波電流 I<sub>n</sub>は、(9) 式により得られ、各高調波に対する損失 P<sub>n</sub> は(10)式より求 められる。



## 2·2·3. FEM による鉄損解析

永久磁石電動機の鉄損は、ステータやロータ、磁石など で発生する。永久磁石電動機のインバータ駆動を考えた時、 特に磁石中に発生する渦電流損失がスイッチング周波数に 大きく左右することが分かっている<sup>(14)</sup>。そこで、永久磁石 電動機の磁石中渦電流損失の解析に FEM を用い、スイッチ ング周波数を変化させた時の磁石中渦電流損失を確認す る。また、同期リアクタンスを変えたときの磁石中渦電流 損失についての解析も行った。

図4にFEMの解析モータモデルを示す。解析を行う永久 磁石の仕様を図4と表1に示す。解析モータの仕様は、1.5kW の埋込み形永久磁石電動機,定格回転数1800[rpm],定格電 圧180[V],極数6極である。

図5に解析モータを定格回転数1800[rpm]で駆動した時の 各入力に対する永久磁石中の電流密度を示す。正弦波入力 時には、永久磁石中の電流密度が磁石全体で低くなってい る。一方、方形波駆動、PWM 駆動では永久磁石中の電流密 度が大きく異なっている。スイッチング周波数が低くなる につれ、永久磁石電動機中の電流密度が高いことが確認で きる。特に、方形波駆動時とスイッチング周波数 450Hz は、 他のスイッチング周波数の結果に比べ、電流密度が高いこ とがわかる。これは、スイッチング周波数が低い場合、低 次高調波成分を多く含むため、モータの電流密度が高くな るためである。

図6に解析モータを1800[rpm]で駆動した時の各入力に対 する永久磁石中の渦電流損失を示す。図5の結果と比較す ると、磁石中渦電流損失は、電流密度に比例していること が分かる。また、PWM450HzとPWM16kHzの磁石中渦電流 損失を比較すると、PWM16kHzの時、3.61Wであるのに対 して、PWM450Hzの時、36.4Wと10倍以上異なっている。 したがって、スイッチング周波数が低い場合、低次高調波 成分による磁石中渦電流損失が高くなる。

図 7 に同期リアクタンスと各入力波形に対する磁石中渦 電流損失の関係を示す。磁石中渦電流損失は、入力波形と 同期リアクタンスの値により異なるため、FEM によって解 析を行った。永久磁石電動機の磁石中渦電流損失は、同期 リアクタンスを%Xとすると、(11)式で表すことができる。

 $P_e = a\% X^{-b}$  .....(11)

ここで, *a* と *b* は磁石中渦電流損失を計算する上で必要と なる定数である。定数 *a*,*b* は図 7 の FEM 解析結果をフィッ ティングした時の値となる。表 2 に各入力波形に対する定 数 *a*,*b* の値を示す。よって,入力波形と同期リアクタンスが 分かっている場合,(11)式と表 2 の定数を用いることで永久 磁石電動機の磁石中渦電流損失を計算で求めることができ る。

#### 3. モータ損失の定量化

ここでは、まず方形波と PWM 波形に対してフーリエ級数 展開し、高調波電圧を求め、高調波電流により発生する銅







図3 永久磁石電動機の高調波等価回路

Fig.3. Equivalent circuit of a PM motor verified by the harmonic components.

表1 永久磁石電動機のモータパラメータ

Table 1. Parameters of Permanent magnet motor.	
Items	Values

Items	Values	
Rated power	1.5kW	
Phases and poles	3phases, 6poles	
Rated frequency	90Hz	
Rated voltage	180V	
Rated current	6.1A	
Rated speed	1800r/min	
Back electromotive force	147V	
Winding resistance Ra	0.783Ω	
Synchronous reactance La	11.5mH	
Number of poles	36slots	
Stator outer diameter	130mm	
Stator inner diameter	83mm	
Winding configuration	138turn, series per phase	
Rotor outer diameter	82.2mm	
Rotor shaft diameter	30mm	
Electrical resistivity $\rho$	$1.4 \times 10^{-6} \Omega m$	
(magnet)		





損を求める。その後、変換器損失を加味し、方形波駆動、 各キャリア周波数における PWM 駆動の時の総合損失を得 る。最後に漏れインダクタンスと総合損失をモータ定格で 基準化することにより一般化して、漏れインダクタンスと 最適運転条件の関係を明らかにする。

120° 導通の方形波をフーリエ級数展開すると、(12)式が 得られ、各高調波は電圧振幅値(13)式となる。一方、正弦波 三角波比較法にて生成した PWM 波形をフーリエ級数展開 すると、(14)式が得られ、各高調波に対する電圧振幅値は(15) 式となる。なお、(15)式に示す J<sub>k</sub>は、n 次ベッセル関数であ る。

·方形波



$$V_n = \frac{2\sqrt{2L_{dc}}}{n\pi} \tag{13}$$

・PWM 波形

$$\frac{e_{M}(t)}{E} = a\cos(\omega_{s}t + \alpha) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin\left[\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cdot \left\{a\cos(\omega_{s}t + \alpha) - 1\right\}\right] \cos n\omega_{s}t$$
(14)  
$$V_{n} = \left(\frac{4E_{ds}}{n\pi}\right) J_{k}\left(\frac{n\pi a}{2}\right) \quad n = 1,3,5... \quad k = 0,2,4... n = 2,4,6... \quad k = 1,3,5...$$
(15)

上記の各高調波電圧により発生する高調波電流は(9)式に より求められる。(9)式をモータ定格電圧、定格電流にて基 準化した漏れリアクタンス%Xにて表すと、(16)式となる。

$$I_n = \frac{V_n}{n^{96}X} \tag{16}$$

(1)~(6)式より、導通損失、スイッチング損失は電流の全 実効値に比例し、スイッチング損失はスイッチング周波数 に比例する。よって、簡単化のため導通損失とスイッチン グ損に対して、比例係数を導入する。(16)式を(10)式に代入 し、各高調波損失の総和からインバータの損失を含んだ総 合損失を求めると、(17)式が得られる。

$$P = 3R_a \sum \left(\frac{V_n}{nX}\right)^2 + \left(k_{con}V_{con} + k_s f_s\right) \sqrt{\sum \left(\frac{V_n}{nX}\right)^2} + aX^{-b} (17)$$

ただし, n: 高調波次数 1,5,7,11,13····

表2 入力波形に対する定数

Table 2. The Constant number of each input waveform.

Input waveform	а	b
Six-step	560	1.5
PWM450Hz	2300	1.5
PWM990Hz	3200	1.6
PWM5kHz	1200	1.7
PWM10kHz	220	1.4
PWM16kHz	110	1.3













Fig.7. Relations between the eddy current loss and the synchronous reactance.

R:モータ抵抗(一次,二次抵抗の和), f<sub>s</sub>:スイッチング周
 波数, k<sub>con</sub>:導通損係数, k<sub>s</sub>:スイッチング損係数

図8に同期リアクタンスをパラメータとし,(17)式より求 めた総合損失の算定結果を示す。ただし,計算結果は表1 に示すモータパラメータにより基準化している。また,方 形波駆動時の直流電圧は方形波の基本波電圧が定格電圧と 等しくなるように設定している。インバータ駆動時は定格 電圧のピーク値と等しく設定している。

図8において、Q点はスイッチング周波数5kHzと方形波 駆動の境界点であり、26%以下の同期リアクタンスのモータ では、5kHzでPWM駆動することにより、方形波駆動より も総合損失を小さくできる。一方、Q点より大きい同期リ アクタンス26%以上の方形波駆動の方がPWM駆動より損 失が少ない。これは、同期リアクタンスが小さい時は各高 調波電流が増加し、永久磁石電動機の銅損や磁石中渦電流 損失が増加するが、同期リアクタンスが大きくなると各高 調波電流が減少するため、インバータの損失が支配的にあ ることを意味している。

## 4. 誘導電動機の総合損失との比較

誘導電動機について、永久磁石電動機同様に解析を行っ た。図9に誘導電動機の漏れインダクタンスと総合損失の 算定結果を示す。図9において、P点はキャリア周波数16kHz と方形波駆動の境界点であり、25%以下の漏れインダクタ ンスのモータでは、16kHz で PWM 駆動することにより、 方形波駆動よりも損失を小さくできる。また、Q点はキャ リア周波数 500Hz の PWM 駆動と方形波駆動との境界点を 示しており、65%以上の漏れインダクタンスの場合、方形 波駆動のほうが PWM 駆動より損失が少ない。これは、漏れ インダクタンスが小さい時は各高調波電流が増加するが、 大きくなると各高調波電流が減少するため、インバータの 損失が支配的になることを意味している。

図 10 に負荷率 50%時のスイッチング周波数と損失を示 す。誘導電動機の漏れインダクタンスは、図 9 に示す Simulation point (%X = 14.7[%])の値で実験を行っている。図 10 の結果より、Simulation point (%X = 14.7[%])において、最 小損失となる駆動法は PWM5kHz であり、実験結果も解析 結果と同様に PWM5kHz が最小損失となり、理論検討の有 用であること確認した。

ここで,永久磁石電動機と誘導電動機の解析結果を比較 する。PWM 駆動することで最小損失となる範囲は,永久磁 石電動機,誘導電動機共に%Xが26%以下である。この結果 より,汎用モータの%Xが20~30%程度であるため,汎用モ ータの駆動はPWM 駆動させることで,総合損失を抑えるこ とが出来る。一方,方形波駆動の総合損失が最小となる範 囲は,永久磁石電動機では%Xが26%以上,誘導電動機だ と%Xが65%以上と異なる。ここで,方形波駆動の総合損失 が有利になる条件について考えと,

1)基本周波数が高いこと,

2)一次,二次抵抗が小さいこと,





Fig. 8. Relations between the loss and the synchronous reactance.



図9 漏れインダクタンスと総合損失の関係

Fig. 9. Relations between the loss and the leakage inductance.



図 10 負荷率 50%時のスイッチング周波数と損失 Fig.10. Inverter, motor and total losses at 50% load condition.

3)漏れインダクタンスが大きいこと、が挙げられる。 よって、永久磁石電動機を方形波駆動することで総合損失 が抑えられる範囲が誘導電動機より広いのは、誘導電動機 よりもモータの定格周波数が高く、巻線抵抗が一次側しか ないため、誘導電動機よりも方形波駆動することで総合損 失が抑えられる範囲が広いと言える。

## 5. まとめ

本論文では、インバータと永久磁石電動機の総合損失の 最小化を目的とし、インバータとモータの損失解析を行っ た。インバータ損失とモータ損失を定量化し、モータパラ メータである同期リアクタンスに応じて、適したインバー タ駆動方式について検討した。その結果、同期リアクタン スが 26%以下の時、PWM5kHz、同期リアクタンスが 26%以 上の時、方形波駆動することで、総合損失が抑えられると の結論を得た。

今後の課題として,永久磁石の渦電流損失の定式化,実 機による理論検討の有用性の確認などがあげられる。

#### 文 献

- (1) 清牧雄・奥田宏史・宮下邦夫・川又昭一:「インバータ駆動時の誘導
   電動機の損失分析」,昭和 56 年電気学会全国大会, No.757, pp.937-938
   (1981)
- (2) K. Yamazaki, Y. Seto and M. Tanida: "Iron Loss Analysis of IPM Motor Considering Carrier Harmonics", IEEJ Trans., Vol.125-D, No.7, pp.758-766 (2005) 山崎克巳・瀬戸嘉朗・谷田誠:「キャリア高調波を考慮した IPM モ

ータの鉄損」, 電学論 D, Vol.125, No. 7, pp.758-766 (2005)

(3) K. Yamazaki and A. Abe: "Loss Analysis of IPM Motors Considering Carrier Harmonics --Calculation of Eddy Current Loss in Permanent Magnet Using 3-D Finite Element Method-", IEEJ Trans., Vol.127-D, No.1, pp.87-94 (2007) 山崎克巳・阿部教:「キャリア高調波を考慮した IPM モータの損失

解析-三次元有限要素法による永久磁石渦電流損算定-」, 電学論 D, Vol.127, No. 1, pp. 87-94 (2007)

- (4) K. Yamazaki and N. Fukushima: "Carrier Loss of Induction Motors Driven by Inverters –Comparison between Results Separated by Experiment and Field Analysis–", IEEJ Trans., Vol.129-D, No.11, pp.1068-1074 (2009) 山崎克已・福島範晃:「インバータ駆動誘導電動機のキャリア損一実 験及び電磁界解析による分離結果の比較一」, 電学論 D, Vol.129, No.11, pp.1068-1074 (2009)
- (5) J. Itoh, J. Toyosaki, and H. Ohsawa: "High performance V/f control method for PM Motor", IEEJ Trans., Vol.122-D, No.3, pp.253-259 (2002)
   伊東淳一・豊崎次郎・大沢博:「永久磁石同期電動機の V/f 制御の高 性能化」, 電学論 D, Vol.122, No.2, pp.253-259 (2002)
- (6) H. Yonezawa, K. Taniguchi, T. Morizane and N. Kimura: "Modified Trapezoidal Modulating Signal suitable for PM Synchronous Motor Drives", IEEJ Trans., Vol.125-D, No.1, pp.46-53 (2005)
  米澤裕之・谷口勝則・森實俊充・木村紀之:「PM モータ駆動に適し た変形台形波変調信号」, 電学論 D, Vol.125, No.1, pp.46-53 (2005)
  (7) 杉本英彦・小山正人・玉井伸三:「AC サーボシステムの理論と設計
- の実際-基礎からソフトウェアサーボまで-J, 総合電子出版社 (8) I. Takahashi and S. Miyairi: "Relation between the Output Voltage
- Waveform of the PWM Inverter and its Gate Control Signals", IEEJ Trans., Vol.95-B, No.2, pp.73-80 (1975) 高橋勲・宮入庄太:「PWM インバータの出力波形とゲート信号との 関係」, 電学論 B, Vol.95, No.2, pp.73-80 (1975)
- (9) I. Takahashi, T. Sekiguchi and S. Miyairi: "Control Method of PWM Inverter Output Wave with Reduced Low Order Harmonic Components", IEEJ Trans., Vol.97-B, No.5, pp.302-308 (1977)

高橋勲・関ロ恒夫・宮入庄太:「低次高調波成分の少ない PWM イン バータ波形制御法」,電学論 B, Vol.97, No.5, pp.302-308 (1977)

- (10) 小倉工・伊東淳一:「誘導機の高調波とインバータ損失に関する一考察」,平成20年度電気関係学会北陸支部連合大会,A-74 (2008)
- (11) T. Ogura and J. Itoh: "Open Loop Control with a Square Wave Operation and a Total Loss for a Permanent Magnet Motor", JIASC IEEJ, pp.1-101 (2009) 小倉工・伊東淳一:「永久磁石電動機の方形波開ループ制御とその損

失に関する一考察」, 平成 21 年電気学会産業応用部門大会, pp.1-101 (2009)

- (12) 小倉工・伊東淳一:「インバータ駆動方式に応じたモータ損失の定量 化」,平成21年度電気学会東京支部新潟支所研究発表会 IV-10(2009)
- (13) R. Liu, C. Chunting Mi and D. Wenzhong Gao: "Modeling of Eddy-Current Loss of Electrical Machines and Transformers Operated by Pulsewidth-Modulated Inverters", IEEE Trans. Magn., pp.2021-2028 (2008)
- (14) 岸田和也・花岡幸司・牧野信吾・河瀬順洋・山口忠:「PWM インバ ータで駆動される IPM モータの損失解析」,東洋電機技報,第 121 号, pp.11-20 (2009)