

インバータ方式に応じた永久磁石電動機駆動システムの 総合効率の比較

田中 孝明* 伊東 淳一 (長岡技術科学大学)

Comparison of total loss for permanent magnetic motor drive system every inverter topology

Takaaki Tanaka*, Jun-ichi Itoh, (Nagaoka University of Technology)

This paper discusses the total loss of a Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM) drive system using the 2-level inverter and the neutral-point-clumped 3-level inverter. The 3-level inverter can decrease the harmonic loss of motor in compared with the 2-level inverter.

In this paper, the total loss for motor drive systems using each inverter is discussed at medium speed area. The total loss is evaluated by using a 3kW prototype by experiment. As a result, it confirmed that the total loss of the 3-level inverter is 15W less than that of the 2-level inverter.

キーワード：総合効率，永久磁石電動機，中性点クランプ型 3 レベルインバータ，スイッチング周波数

(Total loss, Permanent magnetic motor, Neutral-point-clumped 3-level inverter, switching frequency)

1. はじめに

現在，電気自動車の実用化に関して活発に研究がされている。電気自動車のモータ駆動システムには小型・軽量で高効率が要求されるため，モータには永久磁石同期電動機が用いられ，インバータによりモータのトルクや回転数を制御するのが一般的である。永久磁石同期電動機の効率はインバータの駆動方式によって変化するが，駆動方式に応じてインバータ自体の効率も影響を受ける。モータ駆動システムはモータだけでなくインバータを含めた総合効率の向上が要求されるため，効率を向上する駆動方式について議論する場合は総合効率の観点から評価する必要がある。

モータで生じる損失の内訳は鉄損と銅損に大別でき，それぞれの高調波成分の損失についてはインバータの出力電圧高調波を低減することで抑制できる。インバータのキャリア周波数を増加することで，インバータ出力電圧高調波を低減可能であるが，スイッチング周波数の増加に応じてスイッチング損失が増加するため，総合効率の観点からはトレードオフの関係にある。

一方で，中性点クランプ型 3 レベルインバータを代表例とするマルチレベルインバータは，相電圧のレベル数を従来の 2 レベルインバータよりも多段化でき，キャリア周波数の増加なしにモータの高調波損失を低減可能である^{(1) (2)}。ただし，従来の 2 レベルインバータと比較して直列素子

数が増えるため，素子の導通損失の面では不利となる。また，中性点クランプ型 3 レベルインバータは 1 パルス駆動領域において相電圧のゼロレベルを積極的に用いることで出力電圧の基本波振幅を可変できる。そのため，2 レベルインバータと比較してより低速度からの 1 パルス運転が可能となる。1 パルス駆動は PWM 駆動と比較して高調波は増加するもののスイッチング損失を低減できるため，高速領域では総合効率を改善できる可能性がある。

図 1 に 2 点の動作ポイントを記した速度-電圧線図を示す。動作点 A は PWM 駆動領域にあり，中性点クランプ型 3 レベルインバータによる高調波損失の低減効果の評価が可能である。動作点 B では，2 レベルインバータは PWM 駆動となるが中性点クランプ型 3 レベルインバータの場合は 1 パルス駆動が可能であり，3 レベルインバータの 1 パルス駆動によるスイッチング損失低減効果の評価が可能である。

本論文では動作点 A に着目し，従来の 2 レベルインバータと中性点クランプ型 3 レベルインバータのそれぞれの変換器を用いたモータ駆動システムを総合効率の観点から比較する。まず，モータの高調波損失に影響を及ぼすインバータ出力電圧高調波をスイッチング周波数とインバータ回路方式の観点から議論する。次に，総合効率の評価を行うために 2 レベルインバータと中性点クランプ型 3 レベルインバータのそれぞれを用いた 3 kW の永久磁石同期電動機の実機を立ち上げ，実験結果に基づく議論を行う。

2. インバータ方式に応じた損失計算

(2-1) インバータの損失計算式

本節では 2 レベルインバータと中性点クランプ型 3 レベルインバータ（以下では 3 レベルインバータと略する。）の損失計算式について説明する⁽⁴⁾⁽⁵⁾。図 2 にそれぞれのインバータの回路構成を示す。ここでは、導出過程のみを説明し、計算結果は付録に記す。インバータを構成するスイッチ素子に IGBT を用いた場合、インバータで発生する損失 P_{inv} の内訳は、IGBT の導通損失 P_{con_IGBT} とスイッチング損失 P_{sw} 、フライホイールダイオード(FWD)の導通損失 P_{con_FWD} とリカバリ損失 P_{rec} からなり、(1)式となる。

$$P_{inv} = P_{con_IGBT} + P_{sw} + P_{con_FWD} + P_{rec} \dots\dots\dots (1)$$

導通損失は素子に流れる電流 i_{sw} とオン電圧 v_{on} の積を導通時間 α から β の範囲で定積分することで計算でき、(2)式となる。素子のオン電圧 v_{on} は抵抗成分 r_{on} と PN 接合の電圧降下 v_{on} とし 1 次で近似することで(3)式にて定義できる。

$$P_{con} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} v_{on} i_{sw} d\omega t \dots\dots\dots (2)$$

$$v_{on} = r_{on} i_{sw} + v_0 \dots\dots\dots (3)$$

スイッチング損失はスイッチに印加される電圧と電流に比例すると仮定するとスイッチ一回当たりのターンオン損失 E_{on} 及びターンオフ損失 E_{off} はそれぞれ(4)と(5)式となる。

$$E_{on} = e_{on} V_{sw} i_{sw} \dots\dots\dots (4)$$

$$E_{off} = e_{off} V_{sw} i_{sw} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 V_{sw} はスイッチに印加される電圧、 i_{sw} はスイッチに流れる電流、 e_{on} 及び e_{off} は $V_{sw}=1V$ 、 $i_{sw}=1A$ におけるターンオンエネルギー及びターンオフ損失エネルギーである。インバータに印加される電圧は一定であるので、出力一周期の平均スイッチング損失は(6)式にて計算できる。

$$P_{sw} = E_{dc} (e_{on} + e_{off}) f_c \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i_{out} d\theta \dots\dots\dots (6)$$

FWD のリカバリ損失も同様に、スイッチング 1 回あたりのリカバリ損失 e_{rr} を(7)式と仮定すれば、(8)式となる。

$$E_{rr} = e_{rr} V_{sw} i_{sw} \dots\dots\dots (7)$$

$$P_{sw} = E_{dc} e_{rr} f_c \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} i_{out} d\theta \dots\dots\dots (8)$$

(2-2) インバータ出力電圧高調波の計算

本節では 2 レベルインバータと 3 レベルインバータの出力電圧高調波の定式化を行う⁽⁶⁾⁽⁷⁾。定式化は、正弦波三角波比較法にて生成した PWM 波形より求める。変調方式は、2 レベルインバータではサブハーモニック変調を、3 レベルインバータではユニポーラ変調を想定する。図 3 に両インバータ方式で用いる三角波キャリア変調による PWM 波形生成の様子を示す。

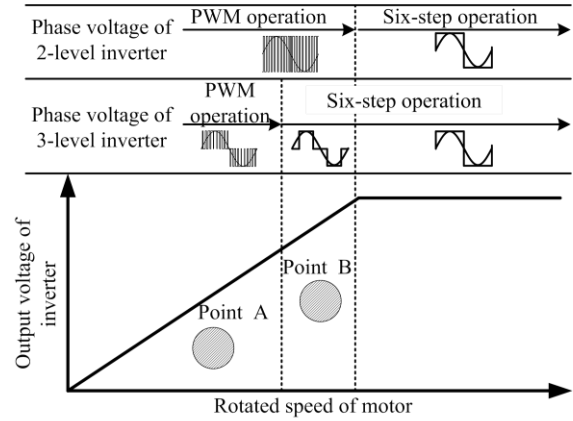
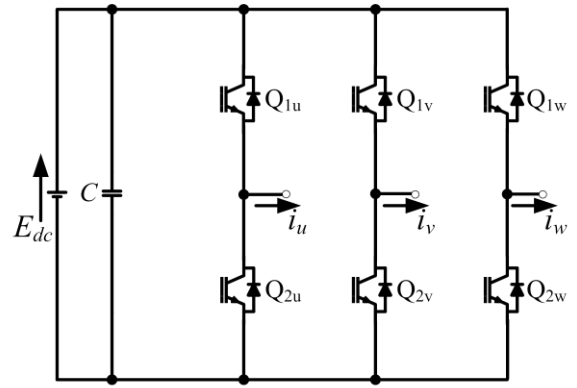
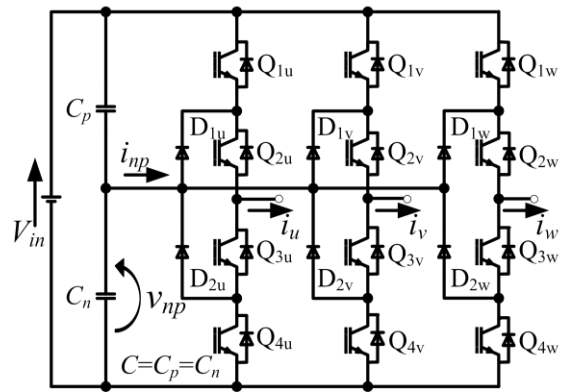


Fig. 1. Comparison of operation method each inverter circuit.



(a) 2-level inverter



(b) Neutral point clamped 3-level inverter

Fig. 2. Circuit configuration each inverter.

(9)式に、インバータ線間電圧の PWM 波形をフーリエ級数展開して求めた 2 レベルインバータの出力電圧高調波の各次数の振幅値を記す。なお、(9)式に示す n はキャリア周波数の次数、 m は基本波の周期、 J_m は m 次の第一種ベッセル関数である。

$$\frac{V_n}{E_{dc}} = \frac{2\sqrt{3}}{n\pi} J_m \left(\frac{an\pi}{2} \right) \dots\dots\dots (9)$$

$$n = 1, 3, 5 \dots \rightarrow m = 3(2k - 1)$$

$$n = 2, 4, 6 \dots \rightarrow m = \begin{cases} 6k + 1 & (k = 0, 1, 2, \dots) \\ 6k - 1 & (k = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

3レベルインバータのインバータ出力電圧高調波の各次数に対する振幅値も、(9)式となる。ただし、次数 m と n が異なり、(10)式となる

$$n = 2, 4, 6 \dots \rightarrow m = \begin{cases} 6k + 1 & (k = 0, 1, 2, \dots) \\ 6k - 1 & (k = 1, 2, 3, \dots) \end{cases} \dots\dots\dots (10)$$

〈2・3〉 インバータ方式に応じた損失の評価

3レベルインバータは、相電圧のレベル数が増加するため、同じキャリア周波数であっても2レベルインバータよりも出力電圧高調波を低減可能である。逆に両インバータ方式において、同じ出力電圧高調波値であれば3レベルインバータのキャリア周波数を低減可能であり、スイッチング損失を低減できる。

(11)式に(10)式を高調波の周波数で重みづけし導出した関数 S を定義する。ただし、 f_c はキャリア周波数、 f_m では基本は周波数である。

$$S = \sqrt{\sum \left(\frac{1}{nf_c \pm mf_0} \frac{V_v}{E_{dc}} \right)} \dots\dots\dots (11)$$

永久磁石同期電動機の高調波損失は関数 S の値に依存するため、ここでは2レベルインバータと3レベルインバータの関数 S の値が同じとなるよう3レベルインバータのキャリア周波数を明らかにする。その上で、両変換器の損失を比較することで総合効率の議論を行う。

図4に両インバータにおけるキャリア周波数に対する関数 S の分布を示す。条件は変調率0.606、出力周波数600Hzとした。たとえば、2レベルインバータのスイッチング周波数を16kHzに設定した場合、3レベルインバータで3.5kHz程度スイッチング周波数を低減できる。

3. 実験結果

インバータ方式に応じた永久磁石電動機の総合効率の比較を行う目的で、3kWの永久磁石同期電動機駆動システムの実機立ち上げを行った。図5にモータ駆動システムの構成を示す。電力はパワーメータ(WT1600)により測定し、測定ポイントはdcリンクコンデンサの手前とインバータ出力部の2点とする。表1に供試モータの諸元を記す。図6に供試モータの制御ブロック図を示す。供試モータの制御はv/f制御により行い、vf比一定とすることで各実験の条件をそろえた。なお、図6中のダンピング制御は永久磁石同期電動機の振動を抑制するために付加され⁽⁸⁾、バランス制御は3レベルインバータにおいて2つのdcリンクコンデンサの

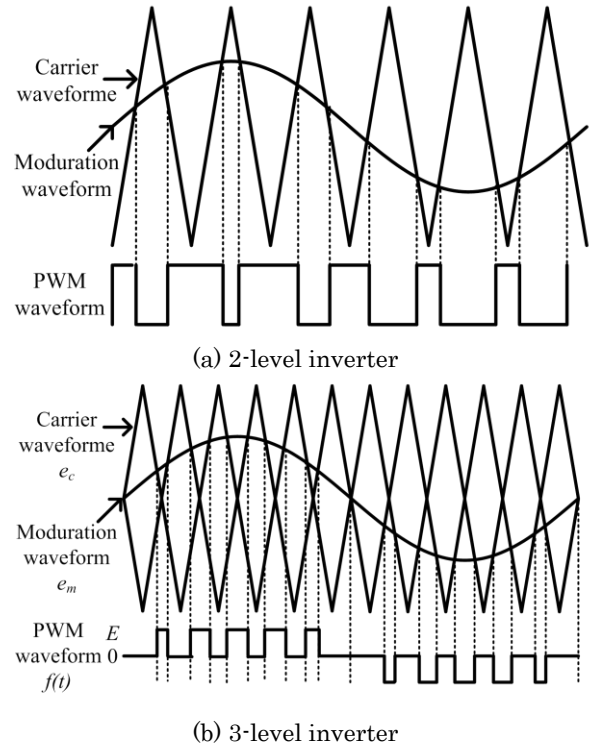


Fig. 3. PWM modulation each inverter.

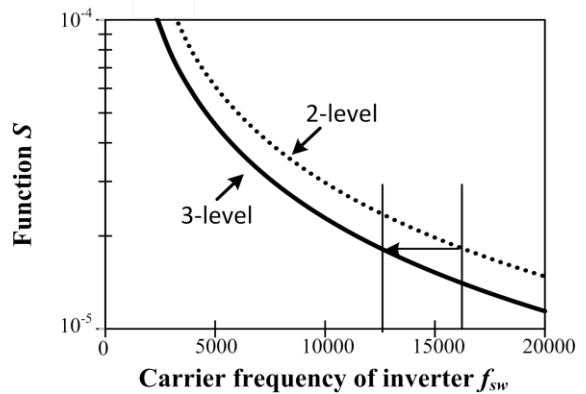


Fig. 4. Distribution of function S according to carrier frequency.

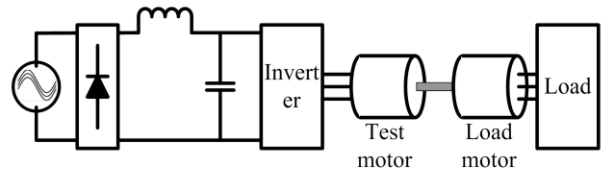


Fig. 5. Configuration of motor drive system using prototype.

Table 1. PM motor parameters.

Rating output P_r	3.0 kW
Rating speed N_r	12000 rpm
d-axis inductance	389 μ H
q-axis inductance	556 μ H
Back-emf coefficient Φ	0.189 V·s/rad
Armature pairs of poles p	6
Rating Torque T_r	4.0 N·m

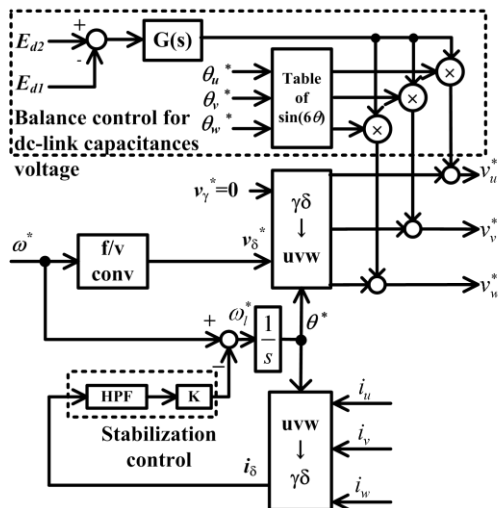
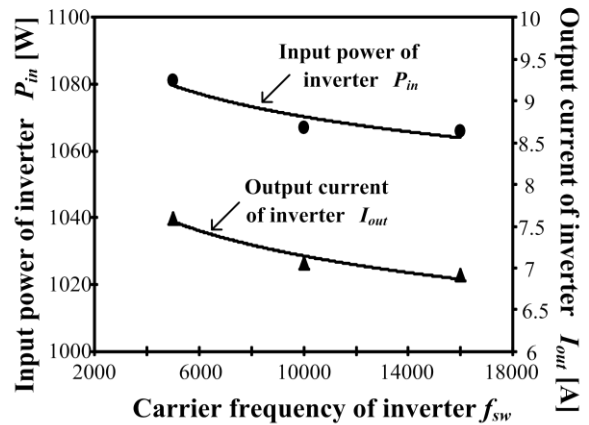


Fig. 6. Block diagram for motor control.

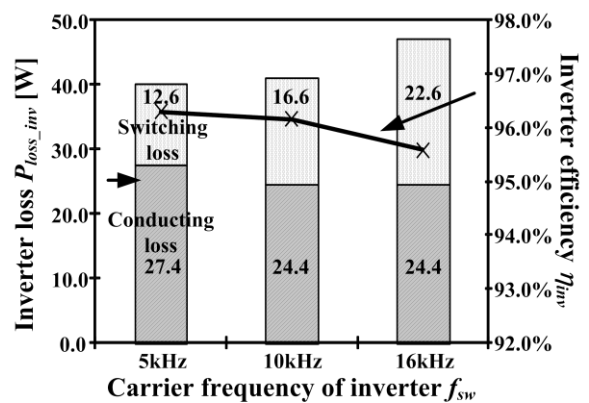
電圧をバランス化するために付加される⁽⁹⁾。モータ駆動システムの効率評価は、モータを 6000rpm 一定速度で回転し永久磁石同期電動機である負荷モータの出力端子に抵抗を接続することで、一定負荷の条件とした。インバータを構成するスイッチ素子は 2MBI-50N を用い、IGBT の個数は 2 レベルインバータでは 6 個、3 レベルインバータでは 12 個とした。

図 7 に 2 レベルインバータによるモータ駆動システムの測定結果を示す。測定はキャリア周波数を 5kHz, 10kHz そして 16kHz の 3 通りに対して行った。図 8 に測定時の動作波形として uv 線間電圧と u 相電流の波形を示す。図 7(a) はインバータ入力電力とインバータ出力電流を示す。負荷一定の条件であるため、入力電力の差分は損失となる。したがって、キャリア周波数 16kHz 時が最も効率が良いことがわかる。インバータ出力電流は、キャリア周波数が増加に応じて減少しており、これはモータでの損失が抑制されている事を示す。

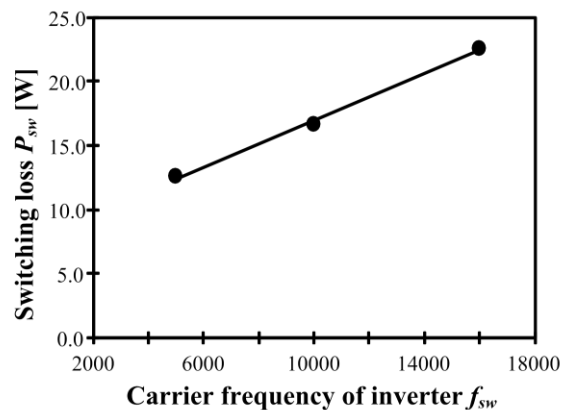
図 7(b) にインバータ効率と損失内訳を示す。なお、損失の内訳は 6 スイッチ構成と 12 スイッチ構成のそれぞれの 2 レベルインバータを同条件で動作し、その差分から 6 スイッチ構成の 2 レベルインバータの導通損失を導出し、残りの損失をスイッチング損失とすることで求めた。図 6(c) がその結果であり、スイッチング損失はスイッチング周波数に対して線形に増加していることを確認できる。表 2 に損失分離に用いた測定データを示す。図 7(b) よりキャリア周波数 5kHz 時にインバータ損失が最も低い結果となった。これは、スイッチング周波数が増加する程負荷電流が減少し導通損失は減少するものの、スイッチング周波数に比例して増加するスイッチング損失の影響の方が大きいためである。図 7(a) において、キャリア周波数を 10kHz から 16kHz に増加しても総合効率にそれほど改善が見られないのは、スイッチング損失の増加によるものだと考えられる。すなわち、2 レベルインバータを用いる場合、これ以上キャリア周波数を増加しても総合効率の改善は少なく、逆に悪化す



(a) Input power P_{in} and Output current I_{out}



(b) Loss and efficiency of inverter

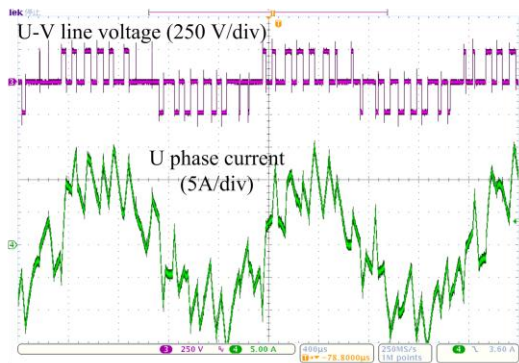


(c) Switching loss of 2-level inverter

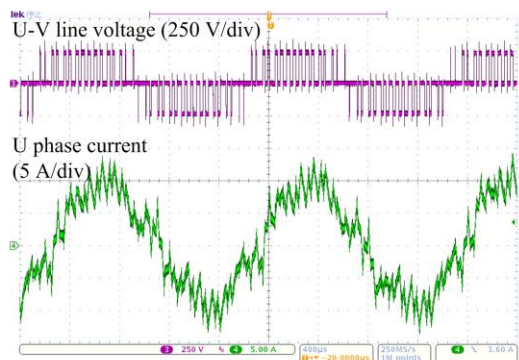
Fig. 7. Experimental result of motor drive using 2-level inverter.

る事が推測される。一方で、3 レベルインバータを用いる場合、より低いキャリア周波数でモータ高調波損失を低減可能なため、さらなる高効率化の可能性はある。ただし、導通損失の面では不利となる

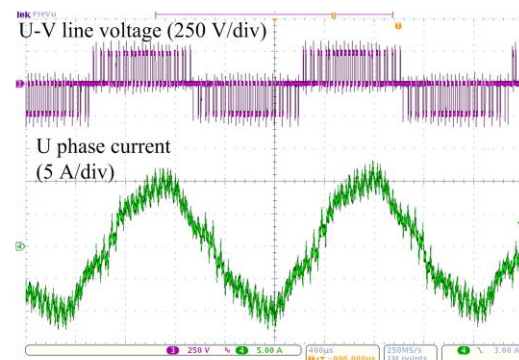
図 9 に 3 レベルインバータによる永久磁石同期電動機駆動時の実験結果を示す。キャリア周波数は 5kHz とした。(a) に電力測定時の uv 線間電圧と u 相電流の波形を示す。(b) は入力電力とインバータ効率を表し、2 レベルインバータ適



(a) Carrier frequency: 5kHz



(b) Carrier frequency: 10kHz



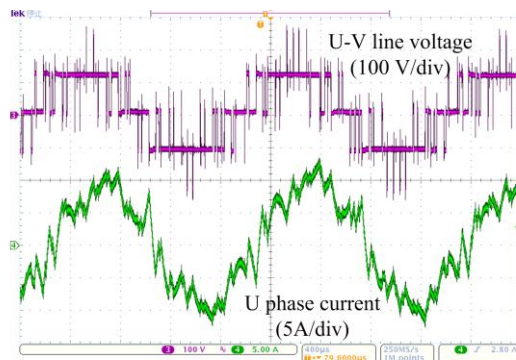
(c) Carrier frequency: 16kHz

Fig. 8. Experimental waveform of motor drive using 2-level inverter.

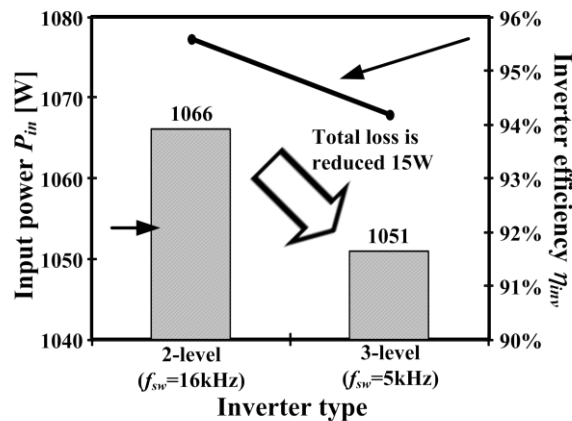
用時に最も総合損失が低いキャリア周波数 16kHz 時の実験結果と比較したものである。負荷一定の条件であるため、入力電力の差分は総合損失の差分に相当し、実験結果より 3 レベルインバータ適用時の方が総合損失を 15W 抑制可能である。このとき、インバータ効率は 2% 程度悪化しているため、モータ損失の抑制が総合損失の低減に寄与したことになる。本実験条件において、電流 THD は 2 レベルインバータ適用時の方が有利であるため、銅損は 2 レベルインバータ適用時の方が抑制されると思われる。したがって、2 レベルインバータと 3 レベルインバータの電圧レベル数が鉄損のふるまいに影響していることが考えられる。3 レベルイン

Table 2. Experimental result of motor drive with 2-level inverter composed of 6-switch and 12-switch.

	Number of switch	Carrier frequency		
		5kHz	10kHz	16kHz
Input power of inverter P_{in} [W]	6	1081	1067	1066
	12	1103	1095	1095
Output power of inverter P_{out} [W]	6	1041	1026	1019
	12	1034	1028	1022
Inverter loss P_{loss} [W]	6	40	41	47
	12	69	67	73
efficiency of inverter	6	96.3%	96.2%	95.6%
	12	93.7%	93.9%	93.3%
Output current of inverter I_{out} [A]	6	7.592	7.058	6.918
	12	7.769	7.231	7.073



(a) Waveforms of 3-level inverter ($f_{sw}=5$ kHz)



(b) Input power and inverter efficiency

Fig. 9. Experimental result of motor drive using 3-level inverter.

バータの方がインバータ効率が悪い結果は、スイッチング周波数の抑制によるスイッチング損失低減効果よりも直列素子数増加による導通損失の増加の方が大きいことを示す。上記のインバータ効率の関係は素子の導通損失とスイッチング損失の関係に依存し、導通損失が低く 1 回あたりのスイッチング損失が大きいような素子を使用する場合に 3 レベルインバータの有用性がさらに高まると考えられる。

4. まとめ

本論文では 2 レベルインバータと中性点クランプ型 3 レベルインバータによる永久磁石同期電動機駆動システムの総合損失の比較を行った。実機立ち上げを行い、2 レベルインバータを用いた場合キャリア周波数を上げるほどインバータ出力電圧高調波を低減でき、モータ損失が抑制されるため総合効率を改善できることを示した。同時に、キャリア周波数を上げることでスイッチング損失が増加するため、キャリア周波数の増加による総合効率の改善には限界があることを示した。

次に、3 レベルインバータを適用した永久磁石同期電動機駆動システムの実機立ち上げを行い、2 レベルインバータ適用時の実験結果と比較を行った。その結果、3 レベルインバータを適用することで総合損失を 15W 低減できることを示した。このとき、インバータ効率率は 2% 程度悪化しているため、モータ損失の抑制が総合損失の低減に寄与したことになる。本実験条件において、電流 THD は 2 レベルインバータ適用時の方が有利であるため、鉄損のふるまいが総合効率に影響していることが考えられる。

今後は、FEM による鉄損解析を行いインバータ方式に応じた鉄損の特性を明らかにする。また、3 レベルインバータは相電圧のゼロレベルを積極的に用いることで 1 パルス運転時においても電圧が可変であり、総合損失の観点から、2 レベルインバータと比較、検討する予定である。

文 献

- (1) Akira Nabae, Isao Takahashi, Hirofumi Akagi : "A New Neutral-Point-Clamped PWM Inverter", IEEE Trans., Vol. IA-17, No.5 pp.518-523 (1981)
- (2) 江口直也, 藤平龍彦 : 「パワーエレクトロニクスとパワー半導体のシナジーによる技術の強化」, 富士時報, Vol.83, No.1 (2010)
- (3) 仲田清, 中村清 : 「3 レベルインバータのダイポラ変調時素子電流特性の検討」, 半導体電力変換研究会, SPC-95-29 (1995)
- (4) 榎原有吾, 伊東淳一 : 「5 レベルアクティブ NPC インバータのパラメータ設計」, 電学論 D, Vol.131, No.12 pp.1383-1392 (2011)
- (5) 榎原有吾, 伊東淳一 : 「太陽光発電系統連系用インバータにおけるマルチレベル変換器トポロジーの性能比較」, 半導体電力変換研究会, SPC-11-157 (2011)
- (6) 小倉工, 伊東淳一 : 「インバータによる永久磁石同期電動機駆動時の総合損失評価」, 半導体電力変換研究会, SPC-11-062 (2011)
- (7) 奥井明伸, 池田春男 : 「ダイポラ変調における 3 レベルインバータの出力電圧高調波解析」, 電学論 D, Vol.117, No.5 pp.637-644 (1997)
- (8) 伊東淳一, 豊崎次郎, 大沢博 : 「永久磁石同期電動機の V/f 制御の高性能化」, 電学論 D, Vol.122, No.3 pp.253-259 (2002)
- (9) 神谷茂, 鈴木究, 大沢博, 橋井真 : 「3 レベルインバータ中性点電流の直流分の解析と中性点電位の変動抑制制御」, 平成 5 年電気学会全国大会, 516 (1993)

A. 付録 (インバータ損失の計算式)

<A・1> 2 レベルインバータ

下記に各素子の損失計算式を記す。ただし、 a : 指令値の振幅、 I_m : 負荷電流ピーク値、 ϕ : 負荷力率、 n : レベル数である。

・ IGBT 側導通損失

$$P_{2l_con_sw} = \left(\frac{1}{2\pi} v_0 + \frac{1}{8} I_m r_s \right) I_m + \left(\frac{1}{3\pi} a r_s I_m + \frac{1}{8} a v_0 \right) I_m \cos \phi \dots (A.1)$$

・ FWD 側導通損失 $P_{2l_con_FWD}$

$$P_{2l_con_FWD} = \left(\frac{1}{2\pi} v_0 + \frac{1}{8} I_m r_s \right) I_m - \left(\frac{1}{3\pi} a r_s I_m - \frac{1}{8} a v_0 \right) I_m \cos \phi \dots (A.2)$$

・ スイッチング損失 P_{2l_sw}

$$P_{2l_sw} = \frac{1}{\pi} \frac{E_{dc} I_m}{E_{dcd} I_{md}} (e_{on} + e_{off}) f_c \dots (A.3)$$

・ リカバリ損失 P_{2l_rec}

$$P_{2l_rec} = \frac{1}{\pi} \frac{E_{dc} I_m}{E_{dcd} I_{md}} e_{rr} f_c \dots (A.4)$$

<A・2> 中性点クランプ型 3 レベルインバータ

下記に各素子の損失計算式を記す。

・ スイッチ Q1 及び Q4 の IGBT 側導通損失 $P_{3N_con_s1_sw}$

$$P_{3N_con_s1_sw} = \frac{a I_m}{2\pi} \left\{ r_l m \left[\frac{1}{6} \cos(2\phi) + \frac{2}{3} \cos(\phi) + \frac{1}{2} \right] + v_0 \left[\frac{\pi}{2} \cos \phi - \frac{1}{2} \sin \phi + \frac{\phi}{2} \cos \phi \right] \right\} \dots (A.5)$$

・ スイッチ Q1 及び Q4 の FWD 導通損失 $P_{3N_con_s1_FWD}$

$$P_{3N_con_s1_FWD} = \frac{a I_m}{2\pi} \left\{ r_l m \left[\frac{1}{3} \left[4 \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) - \sin^2 \phi \right] - \frac{v_0}{2} [\sin \phi - \phi \cos \phi] \right] \right\} \dots (A.6)$$

・ スイッチ Q2 及び Q3 の IGBT 側導通損失 $P_{3N_con_s2_sw}$

$$P_{3N_con_s2_sw} = \frac{I_m}{2\pi} \left\{ r_l m \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\phi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\phi \right] + v_0 [\cos \phi + 1] \right\} + \frac{1}{2\pi} I_m \left\{ r_l m \left[\frac{1}{4} \sin 2\phi - \frac{\phi}{2} \right] + a \left[\frac{1}{3} \sin^2 \phi - \frac{4}{3} \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right] \right\} + v_0 \left[(1 - \cos \phi) + a \left(\frac{1}{2} \sin \phi - \frac{\phi}{2} \cos \phi \right) \right] \dots (A.7)$$

・ スイッチ Q2 及び Q3 の IGBT 側導通損失 $P_{3N_s2_FWD}$

$$P_{3N_con_s2_FWD} = \frac{a I_m}{2\pi} \left\{ r_l m \left[\frac{1}{3} \left[4 \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) - \sin^2 \phi \right] - \frac{v_0}{2} [\sin \phi - \phi \cos \phi] \right] \right\} \dots (A.8)$$

・ クランプダイオードの導通損失 $P_{3N_con_D}$

$$P_{3N_con_D} = \frac{1}{2\pi} I_m \left\{ r_l m \left[\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\phi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\phi \right) - a \left(\frac{1}{6} \cos 2\phi + \frac{2}{3} \cos \phi + \frac{1}{2} \right) \right] + v_0 \left[(\cos \phi + 1) - a \left(\frac{\pi}{2} \cos \phi - \frac{1}{2} \sin \phi + \frac{\phi}{2} \cos \phi \right) \right] \right\} + \frac{1}{2\pi} I_m \left\{ r_l m \left[\left(\frac{1}{4} \sin 2\phi - \frac{\phi}{2} \right) + a \left(\frac{1}{3} \sin^2 \phi - \frac{4}{3} \sin^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right) \right] \right\} + v_0 \left[(1 - \cos \phi) + a \left(\frac{1}{2} \sin \phi - \frac{\phi}{2} \cos \phi \right) \right] \dots (A.9)$$

・ スイッチング損失 P_{3N_sw}

$$P_{3N_sw} = \frac{1}{(n-1)\pi} \frac{E_{dc} I_m}{E_{dcd} I_{md}} (e_{on} + e_{off}) \frac{f_c}{2} \dots (A.10)$$

・ リカバリ損失 P_{3N_rec}

$$P_{3N_rec} = \frac{1}{(n-1)\pi} \frac{E_{dc} I_m}{E_{dcd} I_{md}} e_{rr} \frac{f_c}{2} \dots (A.11)$$