パーミアンス法を用いた 永久磁石同期電動機の損失最小設計に関する一検討

佐藤 大介* 伊東 淳一(長岡技術科学大学)

Investigation of Loss Minimization Design Using Permeance Method for Permanent Magnet Synchronous Motor Daisuke Sato*, Jun-ichi Itoh (Nagaoka University of Technology)

This paper proposes that the lowest loss point is calculated in short time when the machine parameter of the permanent magnet synchronous motor is changed. First, the lowest loss point is inferred by an approximation of the motor loss using the permeance method based on a magnetic equivalent circuit. Next, the motor loss is accurately analyzed by the FEM near the lowest loss point in order to confirm the validity of the proposed magnetic equivalent circuit. Therefore, the loss analysis time of the proposed method becomes shorter than that of the only FEM. Further, the iron loss is calculated by the permeance method. As a result, the error of the calculation results between the permeance method and the FEM is 2.9%. On the other hand, the motor losses are calculated by the permeance method when the some machine parameters are changed. As a result, these results agree in principle with that of the FEM. Therefore, the validity of the proposed method is confirmed. In addition, the method of the motor design is considered in terms of the loss.

キーワード: 永久磁石同期電動機, 損失最小設計, パーミアンス法, 有限要素法 (Permanent magnet synchronous motor, Loss minimization design, Permeance method, Finite element method)

1. はじめに

近年,電動機駆動システムの高効率化を目的として,永 久磁石同期電動機(PMSM)の研究が盛んに行われている。 PMSM の適用により,誘導電動機を用いたシステムと比較 して,高効率化,小型化を実現できる。そのため,PMSM は電気自動車や家電製品などに使用されている^(1,2)。

電動機のさらなる高効率化,小形化のために,損失やト ルク,誘起電圧の解析が重要になる。一般に,電動機の特 性は有限要素法(FEM)による解析がよく用いられる⁽³⁻⁵⁾。し かし,一般に FEM による解析は長時間に及ぶことが多い。 また,電動機の構造が変わるたびに,FEM の解析モデルを 作り変える必要がある。そのため,FEM は損失最小点など の最適解を導出するために幾度も解析する手法として,適 切ではないと考えられる。

一方で,従来から電動機の簡易設計にはパーミアンス法 が使用されている^(6,7)。パーミアンス法は電動機を磁気回路 に置き換えることで,磁束や起磁力を表現し,トルクやイ ンダクタンスなどの諸特性を簡易的に計算する手法であ る。磁気回路は等価的な電気回路に置き換えが可能であり, 計算時間は FEM と比較して,大幅に短縮できることから, 最適解を導出する手法として適している。ただし,電動機 の磁気回路は本来,分布定数回路であり,パーミアンス法 では集中定数回路に置き換えるため、計算精度は FEM に劣る。

パーミアンス法に基づく電動機の解析手法として,これ までに、パーミアンスネットワーク法と呼ばれる手法が提 案されている⁽⁸⁻¹¹⁾。この手法では、ステータとロータを一つ の等価回路で表現し、交流の起磁力源を使用することで、 時間変化に対するトルクや誘起電圧の波形を計算する。た だし、ギャップの磁気抵抗はロータの位置で変化すること から、これに対応するために回路の構成やパラメータ計算 が複雑になる。一方で、永久磁石の渦電流損を計算する手 法も提案されている⁽¹²⁾。この手法では FEM の解析結果に対 して、計算結果がよく一致しており、精度の高い計算が可 能であるが、計算過程が複雑になる欠点がある。

本論文では,解析時間の短縮を目的として,パーミアン ス法を用いた PMSM の簡易な磁気回路を提案する。本論文 で提案する磁気等価回路はステータとロータを分けて考え るという特徴がある。これにより,ギャップの磁気抵抗を 一定にできるため,複雑な計算をせずにすむ。さらにこの 等価回路を用いて,パーミアンス法と FEM の組み合わせに より,損失最小となる PMSM の設計手法を提案する。

図 1 に従来法と提案法による設計の概要を示す。従来法 では、全てのパラメータにおいて、FEM を実施するため、 解析時間が長くなる。対して、提案法では従来のパーミア



Fig. 1. Optimization design concept using equivalent magnetic circuit and FEM.

ンス法による損失計算法をより簡素化した手法により,全 てのパラメータにおける損失を概算する。その上で,損失 最小となるパラメータ候補の付近だけ,FEMを実施する。 提案法ではFEMの実施回数を減らすことができるため,解 析時間の短縮が期待できる。

本論文では、はじめに鉄損計算に必要な磁束密度の時間 変化を求める手法を述べる。本手法は複雑な計算を必要と しないため、短時間での損失計算が可能となる。続いて、 実際の PMSM の鉄損を計算し、FEM および実験結果と比較 する。最後に PMSM の機械パラメータを変化させた時の損 失を計算し、損失最小となる PMSM の設計を行う。

2. PMSMの磁気等価回路

一般的なパーミアンス法では、磁気回路を等価的な直流 電気回路に置き換える。しかし、鉄損計算のためには磁束 密度の時間変化を求める必要がある。そのため、従来のパ ーミアンス法をそのまま使うことはできない。また、ロー タが回転し、ギャップの磁気抵抗が変化するため、ステー タと合わせて一つの回路で表現すると複雑になる。そこで、 最初にロータのみの等価回路にてギャップ間磁束を求め る。続いて、求めたギャップ間磁束をステータの等価回路 の入力として、ティースやヨークの磁束密度の時間変化を 導出する。

PMSM はインバータにより駆動することが一般的だが, キャリア周波数が低い場合,電圧の高調波成分に起因する 損失を考慮する必要がある。ただし,キャリア周波数を高 くするにつれて,高調波成分による損失は小さくなる。ま た,3レベルインバータの適用により,キャリア周波数を2 レベルインバータほど高くしなくても,高調波成分を小さ くできる上,インバータのスイッチング損失を低くできる。 そこで,提案法では3レベルインバータによる駆動を前提 とし,キャリア高調波による損失は無視できるほど小さい



Fig. 2. Concentrated winding IPMSM model.

TABLE I Parameters of concentrated winding IPMSM.

Core	35H300 / Nippon Steel	
Magnet	NMX-41SH / Hitachi Steel	
Number of poles	12	
Number of slots	18	
Coil turns per teeth	11	
Outer diameter of stator	100 mm	
Inner diameter of stator	66 mm	
Outer diameter of rotor	64 mm	
Inner diameter of rotor	25 mm	
Air gap length	1 mm	
Iron stack length	50 mm	
Magnet dimensions	12.5mm×25mm×4mm	



Fig. 3. Magnetic equivalent circuit of rotor.

ものとして,損失計算を行う。

図2に使用するPMSMの解析モデル,表1にパラメータ を示す。使用する電動機は,集中巻 IPMSM であり,平行に 着磁されたネオジム磁石が埋め込まれている。また,周期 角度は60度である。

図 3 にロータの磁気等価回路を示す。ここでは,機械角 30 度の領域を対称とみなし,等価回路を1 極の半分の領域 で構成する。磁気抵抗 R は(1)式で与えられる。

$$R = \frac{l}{\mu S} \tag{1}$$

 μ は透磁率,lは材料の長さ,Sは断面積である。ロータコアの磁気抵抗は永久磁石の磁気抵抗 R_m ,ギャップの磁気抵抗 R_g に対して十分に小さいため,無視する。また,永久磁石 による起磁力 F_m は(2)式で表される。

*H*_eは磁石の保持力,*l*_mは磁石の長さである。なお,永久磁石とロータ外径の間の部分で磁気飽和が発生することか



Fig. 4 Magnetic equivalent circuit of stator.

ら,磁束源 *φ_{sat}*を用いて表現する。図3と以上の計算により, ギャップ間磁束の最大値を求めることができる。

図 4 にステータの等価回路を示す。ギャップ間磁束を発 生させる要素として仮想的に交流の起磁力源 F_g を置く。こ れにより、回転するロータの影響を考慮することができる。 また、磁石の配置から F_g は台形波と仮定する。図 3 の等価 回路から導出した磁束を発生させる起磁力を最大値とし て、磁石の幅とティース先端部の幅の比率から波形を決定 する。起磁力の位相はティースの位置から決定する。また、 コイルに流れる交流電流 $I_m sin(\omega + \theta)$ による起磁力 F_i は(3)式 で与えられる。

$$F_i = NI_m \sin(\omega t + \theta)$$
(3)

Nはティースごとの巻線ターン数である。なお、ティースと ヨークの磁気抵抗は磁気飽和の影響を考慮する必要がある ため、飽和磁束領域では起磁力に応じて磁気抵抗値を変化 させる。以上により、ティースとヨークの磁束密度の時間 変化を求めることができ、ステータコアの鉄損計算が可能 となる。

3. 磁束密度と鉄損の計算

提案法により PMSM の磁束密度と鉄損の計算を行う。計 算結果は FEM による解析結果と比較する。表 2 に計算条件 を示す。なお,電機子電流は正弦波とする。

図 5 に集中巻 IPMSM の FEM モデルを示す。2 次元 FEM ソフト(JMAG Designer / JSOL)により,磁束密度と鉄損を解 析する。解析条件として,モデルの要素数は 6525,1 ステ ップあたりの時間は2.71 µs (1024 ステップ)としている。

図6にパーミアンス法とFEMにより求めた磁束密度波形 を示す。ティースの磁束密度波形は1.75Tで飽和しており, FEMの結果と概ね一致している。また、ヨークの磁束密度 波形はピークが急峻に変化していることが確認でき、FEM による波形とは異なっている。

図7に図6に示した磁束密度の高調波解析結果を示す。

TABLE II	Calculation	Conditions.
	careanation	contantiono.

Armature current		18 A _{rms}
Motor speed		3600 r/min
Electrical frequency		360 Hz
Magnetic resistance	Teeth	7.0×10^4 A/Wb
	Yoke	5.9×10^4 A/Wb
	Gap	$3.4 \times 10^{6} \text{ A/Wb}$



Fig. 5 FEM model of the concentrated winding IPMSM.



Fig. 6. Waveform of magnetic flux density by permeance method and FEM.

基本波成分はパーミアンス法と FEM とでほぼ一致している。しかし、永久磁石の起磁力による奇数次高調波成分に 誤差が生じている。特に、パーミアンス法では3次,9次高 調波が現れておらず、ヨークでは大きく異なる。これは、 起磁力 *F*gが3の奇数倍の高調波を打ち消し合うことが原因 である。

次に,導出した磁束密度とコアの鉄損曲線をもとにステー タの鉄損を計算する。

図 8 に使用するコアの鉄損曲線(35H300 / 新日鐵住金)を 示す。図 8 から,鉄損曲線には必要な周波数における損失 が記載されていないため,線形補間を行う。その結果,鉄 損は 30.4 W となり,FEM により求めた鉄損 31.3 W に対す る誤差は 2.9%である。基本波成分が支配的であり,高調波 成分による損失が小さいことから,磁束密度における高調



Fig. 7. Harmonic component of magnetic flux density.



Fig. 8 Iron loss curve (35H300 / Nippon Steel).

波成分の誤差の影響は小さいことが確認できる。

4. 損失計算結果と実験結果との比較

パーミアンス法による損失計算が実際の駆動システムに 有用であることを確認するため,実際の電動機損失を測定 し,比較する。

図 9 に製作した電動機損失測定システムを示す。測定対象となる供試電動機は図 2 および表 1 に示すものを使用する。インバータには 3 レベル T タイプ中性点クランプ型インバータを使用し、高調波による損失の影響が小さいキャリア周波数により駆動する。また、インバータ出力部に設置したパワーメーター(WT1800/YOKOGAWA)により入力電力を、トルクメーター(TH-2105/小野測器)により軸出力をそれぞれ測定し、損失を求める。

図10に速度3600 r/minにおける電動機の損失測定結果を 示す。インバータのキャリア周波数増加に伴い,損失が減 少していることが確認できる。これは、インバータ出力電 圧に含まれる高調波成分が小さくなることにより、電動機 の高調波損失が小さくなるためである。ただし、キャリア 周波数が7520 Hz 以降では、損失はほとんど変化していない ことから、高調波損失は無視でき、正弦波電圧による駆動 と等価とみなせる。本論文では、3 レベルインバータによる 駆動を前提とし、キャリア高調波による損失は無視するた



Fig. 9 Motor loss measurement system.



Fig. 10 Measurement result of IPMSM loss at 3600 r/min.

め、以後はキャリア周波数 7520 Hz の場合に着目する。
次に電動機の損失 W_{loss}から鉄損 W_{Fe}を分離するため、以下の式から、銅損 W_{Cu}および機械損 W_mを計算する。

 $W_{Cu} = 3R_a I^2 \tag{4}$

 $W_m = 8D(l+0.15)v_a^2$(5)

$$W_{Fe} = W_{loss} - W_{Cu} - W_{M} \tag{6}$$

R_aは1相あたりの巻線抵抗,Iは電流実効値,Dはロータ外径,Iはコアの長さ,v_aはロータ表面の周辺速度である。機 械損に関しては軸受の摩擦損が小さいと仮定し,風損の経 験式から求める⁽¹³⁾。

図 11 に速度 3600 r/min, 出力トルク 2.3 Nm における鉄損 測定結果と提案法および FEM により計算した鉄損を示す。 提案法による計算結果と FEM による解析結果の誤差はロー タ,磁石の鉄損によるものである。また, FEM による結果 と測定結果の誤差分は電動機出力の 1%未満であるため, 漂 遊負荷損であると考えられる。以上から,提案法による電 動機のステータ鉄損計算が有用であることが確認できる。



Fig. 11 Measurement result, calculation result and analysis result by FEM of iron loss (3600 r/min, 2.3 Nm).

5. 損失最小となる電動機の設計

電動機の機械的なパラメータを変化させた時の損失を提 案手法により計算し,損失最小となる電動機の設計を行う。 本論文では径方向および軸方向長さを変化させた場合,テ ィース幅を変化させた場合を検討する。

〈5・1〉径方向および軸方向の長さ変化時

電動機の体積および出力一定において,径方向と軸方向 の長さを変化させた場合における損失を計算し,損失最小 となる電動機の形状を設計する。

図12に径方向長さDおよび軸方向長さLを変化させたと きの概略図を示す。設計条件は、図2に示すPMSMを対象 とする。ギャップ長は1mmで一定とするため、形状の変化 に伴ってロータの大きさを調整する。また、径方向の長さ の変化に伴い、スロット面積も変化することから、占積率 を一定として、巻線太さを変化させる。なお、速度は3600 r/minとし、出力トルクに関しては、FEMにおいては3.9Nm で一定となるように電流振幅を調整し、提案法ではギャッ プ間磁束の大きさから、電流振幅を決定する。以上の条件 より、電動機の銅損とステータコアの鉄損を計算する。

図13に径方向および軸方向の長さを変化させたときの電 動機損失を示す。径方向長さは軸方向長さで,損失の大き さは体積でそれぞれ基準化している。パーミアンス法によ る計算結果より,径方向に大きくした場合,電動機損失は 減少することがわかる。また,FEMによる解析結果と概ね 一致している。なお,実際の設計では提案法の結果から損 失最小となるパラメータ付近のみFEMを実施すれば良い。 さらに,損失計算結果を基準化しているため,電流密度と 磁束密度が一定と仮定すると,電動機の体積が変化した場 合にも適用できる。以上より,径方向に大きい電動機にす ることで高効率化が可能となる。

電動機を径方向に大きくした場合,永久磁石やギャップ の磁気抵抗が大きくなるため,ギャップに流れる磁束の量 は減少する。そのため,もとの電動機と同じ大きさのトル クを出力するために,流す電流を大きくする必要がある。



Fig. 12 Schematic of the changing radial direction length *D* and axial direction length *L*.



Fig. 13 Motor loss by the changing radial direction length and axial direction length based on the constant volume.

しかし、スロット面積が大きくなり、軸方向の長さが短く なるため、巻線抵抗は小さくなる。したがって、銅損は減 少する。一方で、電動機を軸方向に大きくした場合、磁気 抵抗が小さくなるため、コアに流れる磁束は大きくなる。 ただし、コアの断面積が小さくなるため、結果的に元の電 動機よりも磁束密度は小さくなる。よって、鉄損は減少す る。以上から、体積一定において、電動機の形状を変化さ せた場合、銅損と鉄損はトレードオフの関係にある。図 13 においては、鉄損の変化よりも銅損の変化が大きいため、 径方向に大きくするほうが損失は小さくなる。なお、電流 密度が小さく、磁束密度が大きくなる場合、鉄損の影響が 大きくなるため、損失最小点は径方向がより短い電動機と なる。

〈5・2〉ティース幅変化時

図14にティース幅を変化させた場合の概略図を示す。ヨ ークの幅は一定の上で、ティース幅を変化させた時の損失 を計算し、損失最小となるティース幅を設計する。設計条 件は図2に示す PMSM を対象とする。また、ティース幅の 変化により、巻線部の断面積も変化する。したがって、巻 線の占積率を一定とし、巻線抵抗を変化させる。なお、回 転速度は3600 r/min、出力トルクは3.9 Nmで一定とする。

図 14 にティース幅を変化させたときの電動機損失を示 す。ティース幅はヨーク幅で,損失の大きさは体積でそれ ぞれ基準化している。パーミアンス法による計算結果より,



Fig. 14 Schematic of the changing teeth width.



Fig. 15 Motor loss by the changing teeth width based on the constant diameter.

ティース幅が 1.8 p.u.において, 電動機損失は最小となる。 また, FEM による結果と傾向は一致したが, 損失最小とな るティース幅は 2.0 p.u.という結論を得た。よって, ティー ス幅が 2.0 p.u.となる電動機とすることで高効率化が可能と なる。

ティース幅を長くした場合,磁気抵抗が小さくなり,コ アを流れる磁束が増加する。そのため、断面積が変わらな いヨークでは磁束密度が大きくなる影響により、ティース 幅 1.6 p.u.まで鉄損は増加する。ただし、ティース幅 1.6 p.u. 以降はティースの磁束密度が小さくなる影響によって、鉄 損は減少に転じる。また、コアを流れる磁束に増加により、 ギャップを流れる磁束も増加する。この影響から、より小 さい電流で同一トルクを出力できる。したがって、銅損は 減少することになる。しかし、ティース幅が長くなること により、コイル部分が小さくなるため、占積率一定の場合 は巻線抵抗が大きくなる。したがって、ティース幅 1.8 p.u. 以降、銅損は増加に転じる。

以上,電動機の機械的なパラメータを変化させた場合の 損失計算を行い,設計における提案法の有用性が確認でき る。

6. まとめ

本論文では、解析時間の短縮を目的として、パーミアン ス法と FEM を組み合わせにより,損失最小となる PMSM の 設計法を提案した。提案する鉄損計算法により,実際の電 動機の鉄損を計算し,FEM および実験結果と比較した。そ の結果,FEM との誤差は2.9%であることを確認し,実験結 果とも概ね一致することを確認した。また,電動機の機械 的なパラメータを変化させた時の損失を計算し,損失最小 となる電動機の設計を行った。今後はパーミアンス法を用 いた磁石渦電流損の計算を行う予定である。

文 献

- (1) 床井博洋・川又昭一・榎本裕治:「圧粉磁心を適用した小型・高効率 モータの検討」,電学論 D, 132, 5, pp.574-580 (2012).
- (2) 堺和人,高橋則雄,霜村英二,新政憲,中沢洋介,田島敏伸:「可変 速特性に優れた電気自動車用永久磁石式リラクタンスモータの開 発」,電学論 D, Vol. 123, No. 6, pp.681-688 (2003).
- (3) 山崎克巳,磯田翼介:「集中巻 IPM モータの鉄損及び磁石渦電流損 解析」,電学論 D, Vol. 128, No. 5, pp.678-684 (2008).
- (4) 成田一行、山田隆,坂下善行,赤津観:「永久磁石同期機の磁界-制 御/回路連成解析技術と損失評価」,電学論 D, Vol.131, No.11, pp.1309-1315 (2011).
- (5) T. Okitsu, D. Matsuhashi and K. Muramatsu, "Method for Evaluating the Eddy Current Loss of a Permanent Magnet in a PM Motor Driven by an Inverter Power Supply Using Coupled 2-D and 3-D Finite Element Analyses", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.45, No.10, pp.4574-4577 (2009).
- (6) 武田洋次,松井信行,森本茂雄,本田幸夫:「埋込磁石同期モータの 設計と制御」,オーム社 (2001).
- (7) 大川光吉:「永久磁石磁気回路・磁石回転機設計マニュアル」,総合 電子リサーチ (1989).
- (8) J. Farooq, S. Srair, A. Djerdir and A. Miraoui, "Use of Permeance Network Method in the Demagnetization Phenomenon Modeling in a Permanent Magnet Motor", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.42, No.4, pp.1295-1298 (2006).
- (9) B. Sheikh-Ghalavand, S. Vaez-Zadeh and A. H. Isfahani, "An Improved Magnetic Equivalent Circuit Model for Iron-Core Linear Permanent-Magnet Synchronous Motors", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.46, No.1, pp.112-120 (2010).
- (10) A. R. Tariq, C. E. Nino-Baron, and E. G. Strangas, "Iron and Magnet Losses and Torque Calculation of Interior Permanent Magnet Synchronous Machines Using Magnetic Equivalent Circuit", IEEE Trans. Magn. Vol.46, No.12, pp.4073-4080 (2010).
- (11) N. Leboeuf, T. Boileau, B. Nahid-Mobarakeh, N. Takorabet, F. Meibody-Tabar, and G. Clerc, "Inductance Calculations in Permanent-Magnet Motors Under Fault Conditions", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.48, No.10, pp.2605-2616 (2012).
- (12) G. Gotovac, G. Lampic and D. Miljavec "Analytical Model of Permeance Variation Losses in Permanent Magnets of the Multipole Synchronous Machine", IEEE Trans on Magnetics, Vol.49, No.2, pp.921-928 (2013).
- (13) 竹内寿太郎:「大学課程 電機設計学 改訂2版」,オーム社 (1993).