

磁化特性の数式モデルに基づくゼロトルクリプル下における SRM の電流実効値と DC 電流リプルの低減手法

学生員 熊谷 崇宏 上級会員 伊東 淳一 (長岡技術科学大学)

Reduction Method of Current RMS value and DC Current Ripple under zero torque ripple for SRM based on Mathematical Model of Magnetization Characteristics

Takahiro Kumagai, Jun-ichi Itoh, Senior Member (Nagaoka University of Technology)

This paper proposes a torque ripple reduction method for a switched reluctance motor based on the mathematical model of magnetization characteristics. In particular, the flat torque current which is possible to generate by the power supply is derived. In addition, the trade-off relationship between the current RMS value of the current waveform and the current RMS value of the DC current ripple is clarified. The weight function is introduced in order to consider the trade-off relationship. In the proposed method, it is possible for a user to derive the desired current command for current RMS value and DC current ripple by setting appropriate weights for them. From the simulation results, in both cases of weighting the DC current ripple and weighting the current RMS value, the desired results were confirmed.

キーワード：スイッチトリラクタンスモータ，瞬時電流制御，トルクリプル低減，DC 電流リプル低減

Keywords： Switched reluctance motor, Instantaneous current control, Torque ripple reduction, DC current ripple reduction

1. はじめに

Switched Reluctance Motor(SRM)は、希土類金属が不要で安価、高速回転に適する、堅牢、メンテナンスフリー等のいくつかの利点を有する。そのため、SRM の電気自動車(EV)やハイブリッド車(HEV)への適用が期待されている。SRM は、適切なタイミングで各相のステータ巻線に通電することで、連続的な回転を達成する。しかし、一相通電の場合、相切り替え区間に十分なトルクが出力できず、大きなトルクリプルが発生する。そこで、瞬時トルクを一定にする平坦トルク電流波形を用いて部分的に二相通電を行うことで、トルクリプルを低減する手法⁽¹⁾がある。しかし、二相通電でトルク/電流比が小さい区間でトルクを補うため、部分的に電流値が増加する。電流値を低減させるためには、トルク/電流比が大きい区間で通電すればよいが、実電流が追従できる電流指令は電源電圧によって制限されるため、ゼロトルクリプルと電流低減の両立は困難である。また、トルクリプルをゼロにし、出力を一定にしたとしても、磁気エネルギーは負荷と電源を往復するため、入力電力が脈動し、DC 電流にリプルが発生する。

これまでに筆者らは、ある電源電圧の制約下において、トルクリプルをゼロにしつつ、出力可能なトルクを最大化する手法⁽²⁾を提案している。また、ゼロトルクリプルを達成できる範囲で、通電期間を短くしつつ、トルク/電流比を最大化することで、電流実効値を最小化する手法⁽³⁾を提案し、実

機検証によりその有用性を確認している。しかし、通電期間を短くすると電流の傾きが急峻になるため、DC 電流リプルが増加する。DC 電流リプルを低減させるためには、二相通電期間を長くし、電流傾きを滑らかにすればよいが、通電期間が長くなるため、電流値が増加する問題がある。

本論文では、モータ電流の実効値と DC 電流リプルの実効値のトレードオフ関係を明確にし、重み関数を導出し、所望の重みに対して、電流指令を導出するアルゴリズムを提案する。また、電源電圧の制約を考慮し、電流指令を導出するためゼロトルクリプルを達成可能である。また、DC 電流リプル実効値に重みも置いた場合と、電流指令実効値に重みを置いた場合で電流指令を導出し、シミュレーションより所望の結果が得られることを確認したので報告する。

2. SRM の発生トルクと磁気エネルギー

図 1 に SRM の磁化特性 $\Phi(i, \theta_m)$ を示す。SRM の発生トルクは、回転子位置の変化に対する磁気随伴エネルギー W_c の変化を用いて(1)式で表される。

$$T(i, \theta_m) = \frac{\partial W_c(i, \theta_m)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial}{\partial \theta_m} \int_0^i \Phi(i', \theta_m) di' \dots\dots\dots(1)$$

Φ は磁束、 i は電流である。ここで、磁気随伴エネルギー W_c は磁化特性 $\Phi(i, \theta_m)$ における電流軌跡と電流軸が囲む部分の面積に等しい。一方、磁気エネルギー W_f の増減と入力電力 P_{in} との間には、(2)式が成り立つ。

$$P_m = \frac{dW_f(i, \theta_m)}{dt} + T\omega = \frac{\partial \theta_m}{\partial t} \frac{\partial W_f}{\partial \theta_m} + \frac{\partial i}{\partial t} \frac{\partial W_f}{\partial i} + T\omega \dots (2)$$

ω は回転速度である。ここで、磁化エネルギー W_f は磁化特性 $\Phi(i, \theta_m)$ における電流軌跡と磁束軸が囲む部分の面積に等しい。ここで、平坦トルク電流波形においては、インダクタンスが大きく、実電流が指令に追従しにくい対向状態近くでは通電しないため、飽和の影響は小さいとしている。従って、平坦トルク電流が描く電流軌跡は、磁気随伴エネルギー W_c と磁化エネルギー W_f は、ほとんど同じとみなせ、(2)式の第一項と第三項は一致し、一定となる。従って、入力電力 P_{in} のリプル分 $P_{inRip} = i_{dcRip} \cdot V_{dc}$ は、(2)式の第二項と一致する。しかし、トルクリプルをゼロにし、出力を一定にしたとしても、第二項が示すとおり、入力電力 P_{in} は P_{inRip} だけ脈動し、DC電流にリプル $i_{dcRip} = P_{inRip}/V_{dc}$ が発生する。

3. トルクリプル低減と電流実効値最小化法

〈2・1〉 Torque sharing function 本論文では、瞬時トルクを一定にするための各相の平坦トルク電流波形生成法として、回転子位置に対する各相の発生トルク分担を与える Torque sharing function (TSF) $f_{Tx}(\theta_m)$ (1-4)を用いる。

図1にTSFの一例を示す。各相の発生トルクの合計を一定値、つまり平坦なトルクにするため、 f_{Tx} は一相通電期間中は1となり、二相通電期間(図中 θ_{lap} の期間)は対応する二相の和が1となる。TSFは様々な関数を取り得るが、本論文ではトルクの急峻な立ち上がり为了避免して瞬時最大印加電圧を抑制するため、2次関数を用いる。つまり、ここで用いられるTSFは、(3)式のように表される。

$$f_{Tx}(\theta_m) = \begin{cases} (\theta_m - \theta_0)^2 / 0.5\theta_{lap}^2 & \theta_0 \leq \theta_m \leq \theta_0 + 0.5\theta_{lap} \\ 1 - f_{Tx-1}(\theta_m) & \theta_0 + 0.5\theta_{lap} \leq \theta_m \leq \theta_{f0} \\ 1 & \theta_{f0} \leq \theta_m \leq \theta_{fc} \\ 1 - f_{Tx+1}(\theta_m) & \theta_{fc} \leq \theta_m \leq \theta_{fc} + 0.5\theta_{lap} \\ (\theta_m - \theta_c)^2 / 0.5\theta_{lap}^2 & \theta_{fc} + 0.5\theta_{lap} \leq \theta_m \leq \theta_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

θ_{lap} は二相通電期間、 θ_0 は一相通電期間の開始角である。なお、(2)式の第二項は出力トルクの傾き、つまりTSFの傾きに比例するので、DC電流リプルを線形に近似できる。 N_s/N_r 極構造のSRMでは、隣接相の通電期間は機械角で $2\pi/mN_r$ [rad]シフトした関係となるため、ターンオン角 θ_0 、一相通電期間の終了角 θ_c 、通電終了角 θ_c は全て θ_{lap} と θ_0 の従属変数として表される。指令トルク T^* に(3)式のTSFを乗じて得られる各相瞬時トルク指令通りに制御すれば、トルク脈動を完全に除去できる。

〈2・2〉 電流実効値最小化法 ある電源電圧の制約下において、ゼロトルクリプルで出力可能なトルクを最大化する手法は文献(3)(4)のアルゴリズムを用いる。ここで、ある電源電圧において、出力できる最大の電流の時間変化と平坦トルク電流波形の時間変化の差を余裕度 M と定義する。 M が最小になる二相通電開始時と終了時における余裕度 M_f および M_l を導出し、ともに $M \geq 0$ が成立するように、単相通電開始角 θ_0 、オーバラップ角 θ_{lap} を導出する(2)。ゼロトル

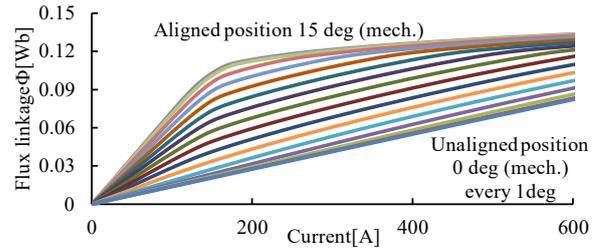


Fig. 1. Magnetization characteristic.

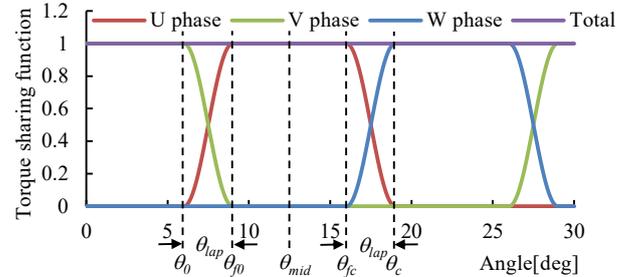


Fig. 2. Torque sharing function.

クリプルと電流値低減を達成するためには、 $M \geq 0$ が成立する範囲でトルク/電流比が大きい区間で通電させる必要がある。ここで、電源電圧の制限がなければ $\theta_{lap}=0$ にでき、通電期間は $[\theta_0, \theta_0 + 2\pi/mN_r]$ となる。一周期の平均トルクは磁気エネルギー W を 2π で除して表されるため、 W が最大の時に最大トルク/電流比が達成される。ここで、 W は磁化特性における $i-\Phi$ 軌跡の周回積分であり、(4)式で表される。

$$W = (f(\theta_{f0} + 2\pi/mN_r) - f(\theta_{f0})) \int_0^1 (\Phi_a(i) - \Phi_u(i)) di \dots (4)$$

N_r はロータの極数、 m は相数、 $\Phi_a(i)$ は対向状態の鎖交磁束、 $\Phi_u(i)$ は非対向状態の鎖交磁束、 $f(\theta)$ は非対向-対向状態の間の鎖交磁束を表現する関数である。(4)式の定積分の項は定数であるから、 W を最大化するには $f(\theta_0 + 2\pi/mN_r) - f(\theta_0)$ を最大化すればよい。 W を最大化できる θ_{0-Wmax} は既存の最大値探索法で求められる。このとき、 W を最大化できる通電期間の中心角 $\theta_{mid-Wmax}$ は、(5)式で表される。

$$\theta_{mid-Wmax} = \theta_{f0-Wmax} + \pi/mN_r \dots (5)$$

一方、実際の通電期間の中心角 θ_{mid} は、(6)式で表される。

$$\theta_{mid} = \theta_{f0} + \pi/mN_r - \theta_{f0} / 2 \dots (6)$$

ゼロトルクリプルを達成し、かつ、電流値を低減するには、ある電源電圧下で $M \geq 0$ が成立する範囲で θ_{mid} を $\theta_{mid-Wmax}$ に最大限近づければよい。

〈2・3〉 DC電流リプル低減法 トルクリプルをゼロにし、出力を一定にしたとしても、磁気エネルギー W_f の電流変化による増減により、DC電流リプル i_{DCRip} が発生する。ここで、磁気エネルギー W_f の回転子位置変化に対する増減が出力と一致し、かつ、磁気エネルギー W_f の周期積分はゼロであるから、(7)式が成り立つ。

$$\int_0^{\theta_{lap}} i_{DCRip} V_{DC} d\theta = \int_0^{\theta_{lap}} \frac{\partial i}{\partial t} \frac{\partial W_f}{\partial i} d\theta = \int_0^{2\pi/mN_r} \frac{\partial \theta_m}{\partial t} \frac{\partial W_f}{\partial \theta_m} d\theta = T\omega \frac{2\pi}{mN_r} \quad (7)$$

ここで、電流変化に関する項の積分範囲が周期 $2\pi/mN_r$ でな

く、二相通電期間 θ_{lap} なのは、電流変化は二相通電期間以外はほぼ0とできるためである。(7)式から i_{DCrip} の積分は積分範囲 θ_{lap} に関わらず一定である。従って、 θ_{lap} を長くすれば、 i_{DCrip} の瞬時値は低くできる。

4. 評価関数

モータ電流実効値低減手法では、通電期間を短くしつつ、トルク/電流比を最大化することで、電流実効値を低減する。一方で、DC電流リップル実効値低減手法では、意図的に二相通電期間を長くすることで、DC電流リップル実効値を低減する。しかし、二相通電期間を長くすると、通電期間が長くなるため、モータ電流実効値が増加する。従って、モータ電流実効値とDC電流リップル実効値のトレードオフ関係があることがわかる。ここでは、まずトレードオフ関係を明確にし、重み関数を導出し、所望の重みに対して、電流指令を導出する手法を提案する。

〈3・1〉電流実効値 線形領域の平坦トルク電流指令は(8)式で表される⁽³⁾。

$$i^*(\theta_m) = \sqrt{\frac{2T^*}{L_a - L_u}} \sqrt{f_{Tx}(\theta_m) \frac{\partial f(\theta_e)}{\partial \theta_m}} \dots\dots\dots (8)$$

L_a は対向線形領域インダクタンス、 L_u は非対向インダクタンス、 $f(\theta_e)$ は整列-反整列間のインダクタンスを表現する関数である。平坦トルク電流波形の実効値を定式化することはできないため、近似的に導出する。ここでは、二相通電期間は周期に比べ十分に短く、この区間におけるインダクタンスの変化はTSFの変化に比べ、ほぼ一定とする。また、一相通電区間ではインダクタンスがエアギャップの影響が支配的となるので、インダクタンスの回転子位置に対する変化はほぼ一定とする。ここで、インダクタンスの変化は各区間での平均値を採用すると実効値は(9)式で表される。

$$i_{RMS}^* = \sqrt{\frac{S_1 + S_2 + S_3}{2\pi/N_r}} \dots\dots\dots (9)$$

$$S_1 \approx \frac{2T^*}{L_a - L_u} \frac{\theta_{lap}^2/2}{f(\theta_{f0}) - f(\theta_{f0} - \theta_{lap})} \dots\dots\dots (10)$$

$$S_2 \approx \frac{2T^*}{L_a - L_u} \frac{2\pi/mN_r - \theta_{lap}}{f(2\pi/mN_r + \theta_{f0} - \theta_{lap}) - f(\theta_{f0})} \dots\dots\dots (11)$$

$$S_3 \approx \frac{2T^*}{L_a - L_u} \frac{\theta_{lap}^2/2}{f(2\pi/mN_r + \theta_{f0}) - f(2\pi/mN_r + \theta_{f0} - \theta_{lap})} \dots\dots\dots (12)$$

S_1, S_2, S_3 はそれぞれ、二相通電期間(立上り)、一相通電期間、二相通電期間(立下り)における、電流の二乗の積分である。(9)-(12)より、電流実効値の近似値をTSFパラメータ θ_{lap} 、 θ_{f0} とモータパラメータのみで推測できることがわかる。

〈3・2〉DC電流リップル実効値 線形領域の磁気エネルギー W_f の電流変化による増減は(13)式で表される。

$$\frac{1}{2} L(\theta_m) \frac{\partial(i^{*2})}{\partial \theta_m} = \frac{1}{2} L(\theta_m) \frac{2T^*}{L_a - L_u} \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left(f_{Tx}(\theta_m) \frac{\partial f(\theta_e)}{\partial \theta_m} \right) \dots\dots\dots (13)$$

ここで、同様に、二相通電期間は周期に比べ十分に小さく、この区間におけるインダクタンスの変化はTSFの変化に比べ、ほぼ一定とすると、(3)式と(13)式から、磁気エネルギー W_f の増減は線形(三角形)に近似できる。すると、(7)式から、

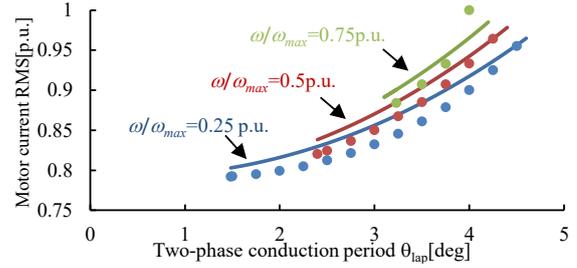


Fig. 3. Current RMS value of evaluated results and simulation results.

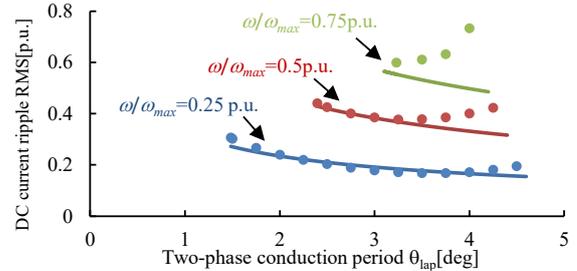


Fig. 4. DC current ripple RMS value of evaluated results and simulation results. 1 p.u. is the value when applying the minimized current RMS value method⁽⁴⁾ at $\omega/\omega_{max}=1$ p.u..

その三角形の面積は $T\omega 2\pi/mN_r$ に一致し、幅(回転子位置軸)は二相通電期間 θ_{lap} に一致する。また、 i_{DCrip} はこの三角形の高さ(エネルギー軸)を入力電圧 E_{dc} で除した波形となる。以上のことから、 i_{DCrip} の実効値を求めると(14)式で表される。

$$i_{DCrip,RMS} = \frac{\omega T}{E_{dc}} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2\pi/mN_r}{\theta_{lap}}} \dots\dots\dots (14)$$

従って、電流実効値の近似値をTSFパラメータ θ_{lap} と実験条件のみで推測できることがわかる。

〈3・3〉評価関数の精度 図3, 4にDC電流リップル実効値とモータ電流実効値のシミュレーション結果と評価関数の比較を示す。二相通電期間 θ_{lap} が小さいところでは傾向が一致していることがわかる。一方、 θ_{lap} が大きくなると誤差が大きくなり、傾向が一致しない。これは計算過程で、 θ_{lap} を周期に比べ十分に小さいとして近似しているためである。精度の良い近似方法については今後の検討課題とする。

〈3・4〉重み関数 二相通電期間が小さいとき、電流実効値は大きい一方で、DC電流リップル実効値は小さくなる。このことから、両者にトレードオフ関係があることがわかる。ここで、重み関数 g を(15)式のように定義する。なお、各評価関数は(16)式に示すように、電流実効値の最大値と最小値を使って規格化する。

$$g = wZ(i_{RMS}^*) + (1-w)Z(i_{DCrip,RMS}) \dots\dots\dots (15)$$

$$Z(i_{RMS}) = \frac{i_{RMS} - \min(i_{RMS})}{\max(i_{RMS}) - \min(i_{RMS})} \dots\dots\dots (16)$$

本論文では、(15)式を目的関数とし、任意の重み係数 w を用いて、電流実効値とDC電流リップル実効値の最適化を行う。ここで、 $w=1$ では電流実効値のみに重みを置くので、電流実効値最小化手法⁽⁴⁾と一致し、 w が小さいほどDC電流リップル低減に重みが置かれる。

〈3・5〉 導出アルゴリズム 図5に提案する理想電流波形の導出フローチャートを示す。ここでは、文献(4)に基づき、すでに電流実効値最小化を行っているものとする。電流実効値最小化法では、立上りの余裕度 M_f は正であるが、立下りの余裕度 M_l は0として導出しているため、通電終了角 θ_e はこれ以上大きくできない。従って、電流実効値最小化法で求めた通電終了角 θ_e を固定し、通電開始角 θ_a を調節し、重み関数 g が最小になる θ_{ap} を求める。

5. シミュレーション結果

図6に二相通電期間 θ_{ap} と重み関数 g の関係を示す。ここで、回転速度は0.25p.u.とし、重み係数 w は0.3と0.7とした。 $w=0.3$ (DC電流リップル低減により重みを置く) 場合と $w=0.7$ (電流実効値低減により重みを置く) 場合とを比較すると、 $w=0.3$ の方が二相通電期間 θ_{ap} を長くし、DC電流リップル実効値を低減しようとしていることがわかる。

図7に図6中の(a) $w=0.3$, (b) $w=0.7$ の点でのパラメータを用いた場合の電流と出力トルク、DC電流のシミュレーション結果を示す。どちらもトルクリップルをゼロにできている。また、両者を比べて、 $w=0.3$ の方がDC電流リップル実効値を低減でき、 $w=0.7$ の方が電流実効値を低減できており、重み関数に応じて波形を所望に制御できていることがわかる。

図8に重み係数 w とモータ電流実効値およびDC電流実効値の関係を示す。回転速度は0.25p.u.とした。 w が大きく、電流実効値低減の重みが大きいほど、電流実効値が低減され、最大で17.1%まで低減できる。一方、 w が小さく、DC電流リップル実効値に重みが大きいほど、DC電流実効値が低減され、最大で45.4%まで低減できる。しかし、重みが小さい領域で、DC電流リップルが増加傾向にある。これは、評価関数を二相通電期間 θ_{ap} が十分に小さいとして導出しているため、 θ_{ap} が大きくなると傾向が一致しないためである。

6. 結論

本論文では、指令電流波形の実効値とDC電流リップルの実効値のトレードオフ関係を明確にし、重み関数を導出し、所望の重みに対して、電流指令を導出する手法を提案した。また、電流実効値低減、DC電流リップル実効値低減、それぞれに重みを置いた場合で、それぞれ最大で17.1%、45.4%まで低減できることを確認した。

文 献

- (1) I. Husain, M. Ehsani: "Torque Ripple Minimization in Switched Reluctance Motor Drives by PWM Current Control", IEEE Trans., vol.11, no.1 (1996)
- (2) H. ISHIKAWA, Y. KAWADA, and H. NAITOH, "Instantaneous Current Profile Control for Flat Torque of Switched Reluctance Motors", Electrical Engineering in Japan, Vol. 163, No.3, 2008.
- (3) T. Kumagai, D. Sato, and J. Itoh, "Torque Ripple Reduction Method for SRM based on Mathematical Model considering Voltage Limitation", EPE2017, Vol. DS1g, No. 0392 (2017).
- (4) 熊谷崇宏, 伊東淳一: 「磁化特性の数式モデルに基づくSRMのトルクリップル低減と電流実効値最小化手法」, 平成30年電気学会全国大会, ol. 5, No. 084, pp. 144-145(2018)

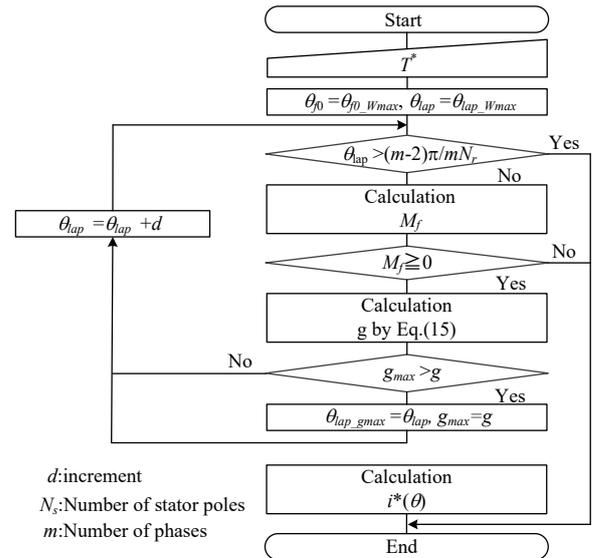


Fig. 5. Generation flow for ideal current waveform.

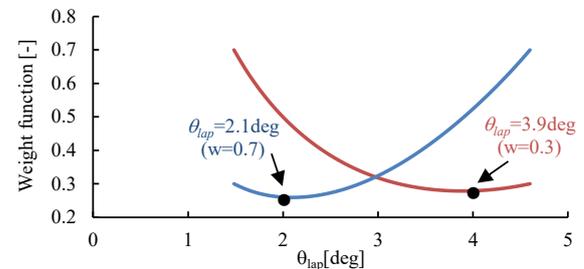


Fig. 6. The relationship between θ_{ap} and weight function

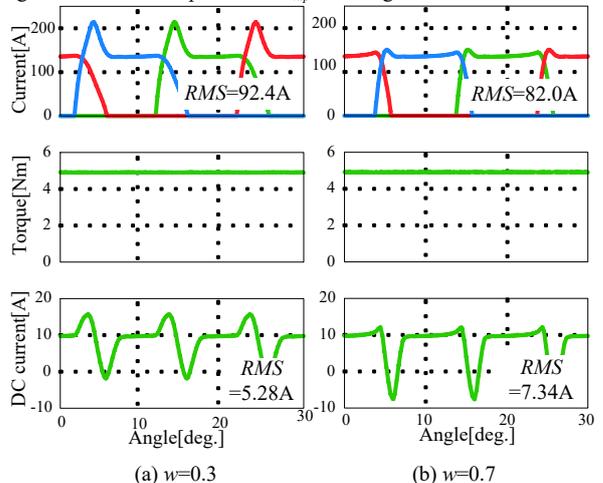


Fig. 7. Simulation results ($T^*=4.91\text{Nm}$, $N=0.25\text{p.u.}$).

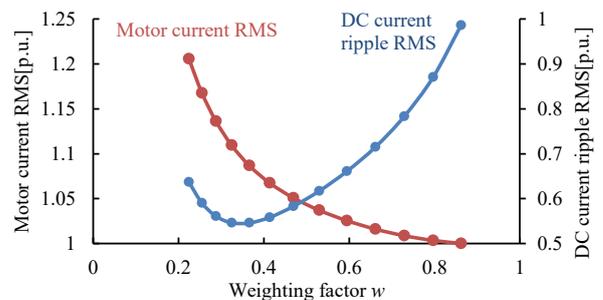


Fig. 8. The relationship between weighting factor w and current RMS ($T^*=4.91\text{Nm}$, $N=0.25\text{p.u.}$). 1 p.u. is the value when applying only minimized current RMS value method⁽⁴⁾.