## 磁化特性の数式モデルに基づく

# SRM のトルクリプルと電流実効値の低減手法

### 学生員 熊谷 崇宏 正員 日下 佳祐 上級会員 伊東 淳一 (長岡技術科学大学)

## Reduction Method of Torque ripple and Current RMS value for SRM based on Mathematical Model of Magnetization Characteristics

Takahiro Kumagai, Keisuke Kusaka, Jun-ichi Itoh, Senior Member (Nagaoka University of Technology)

This paper proposes an optimization method of current waveform for a switched reluctance motor based on the mathematical model of magnetization characteristics. The trade-off relationship between the current RMS value of the current waveform and the torque ripple is clarified. The weight function is introduced in order to consider the trade-off relationship. In the proposed method, it is possible for a user to derive the desired current command for required performances by setting appropriate weights for them. From the simulation results, in these cases of weighting the current RMS value reduction and torque ripple reduction, the desired results were confirmed.

**キーワード**: スイッチトリラクタンスモータ, 瞬時電流制御, トルクリプル低減, 電流実効値低減 **Keywords**: Switched reluctance motor, Instantaneous current control, Torque ripple reduction, Current RMS value reduction

#### 1. はじめに

近年,資源枯渇問題や地球環境問題を背景に電気自動車 (EV)やハイブリッド車(HEV)の普及が進んでおり,駆動モー タの需要が高まっている。特に,Switched Reluctance Motor(SRM)は、レアアースが不要で製造コストが安価,鉄 心と集中巻の巻線のみのシンプルな構造であり大量生産に 適することから,EV や HEV への適用が期待されている。 SRM は,適切なタイミングで各相のステータ巻線に通電す ることで、連続的な回転を達成する。しかし,相切換え区間 に十分なトルクが出力できず、大きなトルクリプルが発生 し,騒音,振動の原因となる。この問題に対して、パワーエ レクトロニクス技術の発達に伴い、騒音や振動を抑制する 駆動方法に関する研究が盛んに行われている<sup>(1)-(4)</sup>。

トルクリプルを低減する駆動方法として,瞬時トルクを 一定にする一定トルク電流波形を用いて部分的に二相通電 を行うことで,トルクリプルを低減する手法がある。しか し,二相通電でトルク/電流比が小さい区間でトルクを補う ため,部分的に電流値が増加する。電流値を低減されるため には,トルク/電流比が大きい区間で通電すればよいが,実 電流が追従できる電流指令は電源電圧によって制限され る。実電流が電流指令に追従できなかった場合,実トルクと トルク指令との差分がトルクリプルとして現れる。

これらの問題に対して、ある電源電圧の制約下において ゼロトルクリプルを達成できる範囲で、電流実効値を最小 化する手法が提案<sup>(2)</sup>されている。しかし、ゼロトルクリプル を達成できる範囲,および,電流実効値の低減効果は電源電 圧によって制限される。また,電流実効値とトルクリプルに 関する重み関数をもとに,任意の重みに関して両者を低減 する手法が提案<sup>(3)(4)</sup>されている。しかし,両者の評価値は, 最適化するパラメータの値を変化させて,逐一,一定電流波 形を生成して計算する必要があり,複雑である。

本論文では、モータ電流の実効値とトルクリプルのトレ ードオフ関係に着目し、重み関数を導出し、所望の重みに対 して、電流指令を導出するアルゴリズムを提案する。特に、 磁化特性の数式モデルから電流指令を導出することで、電 流実効値および電流不追従によるトルクリプルを統一的に 考慮でき、明瞭な評価関数を導出できる。電流実効値に重み を置いた場合と、電流指令に重みを置いた場合で電流指令 を導出し、シミュレーションより所望の結果が得られるこ とを確認したので報告する。

#### 2. SRM の磁化特性

図1に SRM の磁化特性  $\phi(i, \theta_n)$ を示す。電流実効値および 電流不追従によるトルクリプルを考慮するために, SRM の トルク特性と電流が追従できる最大の電流傾きが必要とな る。SRM の発生トルクは,回転子位置の変化に対する磁気 随伴エネルギーW<sub>c</sub>の変化を用いて(1)式で表される。

$$T(i,\theta_m) = \frac{\partial W_C(i,\theta_m)}{\partial \theta_m} = \frac{\partial}{\partial \theta_m} \int_0^i \Phi(i',\theta_m) di' \dots (1)$$

 積に等しい。また, SRM の電圧方程式から電流が追従でき る最大の傾きは(2)式で表される。

 $\omega$ は回転速度, R は巻線抵抗である。また,  $E_{dc}$ は電源電 圧であり、電流立上り時は+Edc,電流立下り時は-Edcである。

#### 3. 最適電流波形

(3.1) Torque sharing function(TSF) 本論文では、瞬時 トルクを一定にするための各相の一定トルク電流波形生成 法として,回転子位置に対する各相の発生トルク分担を与 える Torque sharing function (TSF)  $f_{Tx}(\theta_m)$ を用いる。

図2にTSFの一例を示す。各相の発生トルクの合計を一 定値, つまり平坦なトルクにするため, fxは一相通電期間中 は1となり、二相通電期間(図中の4mgの期間)は対応する二相 の和が1となる。TSF は様々な関数を取り得るが、本論文で はトルクの急峻な立ち上がりを避けて瞬時最大印加電圧を 抑制するため、2次関数を用いる。つまり、ここで用いられ る TSF は, (3)式で表される。

$$f_{Tx}(\theta_m) = \begin{cases} (\theta_m - \theta_0)^2 / 0.5 \theta_{lap}^2 & \theta_0 \le \theta_m \le \theta_0 + 0.5 \theta_{lap} \\ 1 - f_{Tx-1}(\theta_m) & \theta_0 + 0.5 \theta_{lap} \le \theta_m \le \theta_{f0} \\ 1 & \theta_{f0} \le \theta_m \le \theta_{fc} \\ 1 - f_{Tx+1}(\theta_m) & \theta_{fc} \le \theta_m \le \theta_{fc} + 0.5 \theta_{lap} \\ (\theta_m - \theta_c)^2 / 0.5 \theta_{lap}^2 & \theta_{fc} + 0.5 \theta_{lap} \le \theta_m \le \theta_c \\ 0 & otherwise \end{cases}$$
(3)

θ<sub>lap</sub> は二相通電期間, θ<sub>0</sub> は一相通電期間の開始角である。 Ns/Nr 極構造の SRM では、隣接相の通電期間は機械角で  $2\pi/mN_r$ [rad]シフトした関係となるため、ターンオン角 $\theta_0$ 、一 相通電期間の終了角舟,通電終了角舟は全て舟っと舟の従属 変数として表される。指令トルク T\*に(3)式の TSF を乗じて 得られる各相瞬時トルク指令通りに制御すれば、トルク脈 動を完全に除去できる。

〈3·2〉 TSF のパラメータ 図 3 に TSF のパラメータを 変えた際の一定電流波形を示す。一定電流波形のモータの 電流実効値、トルクリプルには以下の特徴がある。

(a) 電流実効値を低減するには、通電期間の中心角 θmid を トルク/電流比を最大化できる理想的な通電期間の中心角 *θ<sub>mid Wmax</sub>*に近づける必要がある。

(b) トルクリプルを低減するには、二相通電期間 Otap を長 くし、電流の傾きを滑らかにし、TSF で生成される指令電流 に追従させる必要がある。

電流実効値やトルクリプルを低減するには、 *θ<sub>lap</sub>*, *θ<sub>0</sub>*を最 適化する必要がある。また,最適化する際,合理的な制約を 設ける必要がある。一つ目の制約は、TSF が正のトルク領域 [0, π/2Nr]で定義されることであり、(4)式にて表せる。

 $\theta_{lap} \le \theta_{f0} \le \pi (m-2)/mN_r \tag{4}$ 

二つ目の制約は通電期間の中心角のmid がトルク/電流比を



Fig. 3. Torque sharing function.

最大化できる理想的な通電期間の中心角 Gmid Wmax より小さ いことである。これは $\theta_{mid}$ が $\theta_{mid}$ Wmax.より大きい場合,電流 実効値が増加すると同時に, θap が極端に短く, 通電期間が 後ろになり、トルクリプルの増加に繋がるためである。つま り, (5)式が成り立つ。

 $\theta_{f0} - \theta_{lap} / 2 \le \theta_{f0_W \max} \tag{5}$ 従って、駆動電流を最適化する際は、(4)(5)式の制約のも と、(a), (b)の特徴を元に $\theta_{lap} \ge \theta_{lp}$ を最適化すればよい。

#### 4. 評価関数

筆者らは一定トルク電流波形における電流実効値の評価 関数を導出している<sup>(2)</sup>。本論文では、トルクリプルの評価関 数を導出することで,両者の最適化を実現する。各相瞬時ト ルク指令通りに制御すれば、ゼロトルクリプルを達成でき るが,実電流が電流指令に追従しなかった場合,その差分が トルクリプルとなる。本稿では、特に電流の不追従によるト ルクリプルが、インダクタンスが大きい立下りにおいて影 響が大きいと仮定し、トルクリプルの評価関数を導出する。

〈4・1〉 トルクリプルの評価関数 図<br />
4<br />
に<br />
一定<br />
トルク<br />
電 流波形の傾きおよび追従できる最大の傾きを示す。線形領 域の一定トルク電流指令は(5)式で表される。

$$f^{*}(\theta_{m}) = \sqrt{\frac{2T^{*}}{L_{a} - L_{u}}} \sqrt{f_{Tx}(\theta_{m})} / \frac{\partial f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}} \qquad (6)$$

La は対向線形域インダクタンス,Lu は非対向インダクタ ンス,f(&)は整列-反整列間のインダクタンスを表現する関 数である。一定トルク電流指令の傾きおよび追従できる最 大の傾きは,(6)式および(2)式から導出できる。一定トルク 電流指令の傾きが追従できる傾きよりも大きい場合,不追 従が発生する。トルクリプルを求めるため,まず,不追従に なり始める点 N( $\theta_n$ , i<sup>\*</sup>( $\theta_n$ ))を,一定トルク電流波形の傾きと 追従できる最大の傾きを $\theta_k \ge \theta_k + 0.5 \theta_{lap} \ge で線形近似し,そ$  $れらのクロスポイントから求めると、<math>\theta_n$ は(7)式で表せる

$$\theta_{n} = \theta_{fc} + \frac{0.5\theta_{lap}}{\Delta a} \frac{di(\theta_{fc})}{d\theta} \dots (7)$$

$$\Delta a = \frac{di^{*}(\theta_{fc} + 0.5\theta_{lap})}{d\theta} - \frac{di(\theta_{fc} + 0.5\theta_{lap})}{d\theta} + \frac{di(\theta_{fc})}{d\theta} \dots (8)$$

図 5 に電流指令と実電流を示す。不追従後のトルクリプ ルを導出するため、電流波形 *i*(*θ*)およびインダクタンスの回 転子位置に対する変化 *df*(*θ*)/*dθ*を求める。不追従後の電流は、 傾きが *L*(*θ*<sub>n</sub>)に依存する直線とみなせば、(9)式で表せる。

図 6 にインダクタンスの回転子位置に対する変化を示す。  $df(\theta)/d\theta \epsilon(\theta_n, df(\theta_n)/d\theta), (\theta_e, df(\theta_e)/d\theta) \epsilon 通り, \theta_e の傾きが$  $<math>d^2f(\theta_e)/d\theta$ となる二次関数で近似すると(10)式で表せる。

$$\frac{\partial f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}} = a(\theta - \theta_{c})^{2} + \frac{\partial^{2} f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}^{2}}(\theta - \theta_{c}) \qquad (10)$$

$$a = \begin{cases} \left\{ \frac{\partial f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}} - \frac{\partial^{2} f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}^{2}}(\theta_{n} - \theta_{c}) \right\} / (\theta_{n} - \theta_{c})^{2} & (\theta \le \theta_{c}) \\ - \left\{ \frac{\partial f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}} - \frac{\partial^{2} f(\theta_{e})}{\partial \theta_{m}^{2}}(\theta_{n} - \theta_{c}) \right\} / (\theta_{n} - \theta_{c})^{2} & (\theta \ge \theta_{c}) \end{cases}$$

図 7 に回転子位置に対するトルクリプルを示す。ここで、 最大値  $T_{max}$ は[ $\theta_n$ ,  $\theta_c$ ]の区間であり、2 次関数で近似すれば、  $\theta = (\theta_n + \theta_c)/2$  で最大値を取るため、(12)式で表せる。

$$T_{\max} = \frac{\partial f\left(\left(\theta_n + \theta_c\right)/2\right)}{\partial \theta_m} \frac{\left(L_a - L_u\right)i\left(\left(\theta_n + \theta_c\right)/2\right)^2}{2} - f_{Tx}\left(\frac{\theta_n + \theta_c}{2}\right) (12)$$

一方, トルクリプルの最小値 *T<sub>min</sub>* はトルクリプルの極値 であり, (13)式で表せる。

$$\theta_d = \theta_c + \left(-B + \sqrt{B^2 - 4AC}\right) / 2A \dots (14)$$

$$A = \frac{-4aE_{dc}}{L(\theta_{fc})\omega}, C = \frac{\partial^2 f(\theta_e)}{\partial \theta_m^2} \left\{ \frac{-E_{dc}(\theta_c - \theta_n)}{L(\theta_{fc})\omega} + i(\theta_n) \right\}$$
  
$$B = 2a \left\{ \frac{-E_{dc}}{L(\theta_{fc})\omega} (\theta_c - \theta_n) + i(\theta_n) \right\} + 3 \frac{\partial^2 f(\theta_e)}{\partial \theta_m^2} \frac{-E_{dc}}{L(\theta_{fc})\omega}$$
(15)

図8にトルクリプルのシミュレーション結果と(12), (13) 式から求めた評価関数の比較を示す。低速では傾向が一致 していることが分かる。一方,高速では誤差が大きい。これ は,電流不追従区間が長くなり,区間内でのインダクタンス の回転子位置に対する変化の影響が大きくなり, (9)式と実 電流との差が大きくなるためである。



Fig. 4 Current gradient of maximum controllable current and command current.



Fig. 8. TSF's parameter and Torque ripple

〈4・2〉 電流波形導出アルゴリズム 図9に電流の導出 アルゴリズムを示す。3-2節で述べた通り、(4)(5)式を最適化 の制約とした。また、可能な限り二相通電期間の<sub>4ap</sub>を長くし、 リプルの低減効果を得られるように、通電終了角&は正の トルク領域の限界である&=π/2Nrとした。従って、二相通電 期間の<sub>4ap</sub>を調節し、重み関数gが最小になるの<sub>4ap</sub>を求める。

### 5. シミュレーション結果

図 10 に二相通電期間 θ<sub>ap</sub> と重み関数 g の関係を示す。ここで、回転速度は 3000rpm とし、重み係数 w は 0.3 と 0.7 とした。w=0.3 (トルクリプル低減により重みを置く)場合とw=0.7 (電流実効値低減により重みを置く)場合とを比較すると、w=0.3 の方が二相通電期間 θ<sub>ap</sub> を長くし、電流の傾きを滑らかにしていることが分かる。

図11に図10中の(a) w=0.3, (b) w=0.7の点でのパラメータ を用いた場合の電流と出力トルクのシミュレーション結果 を示す。両者を比べて, w=0.3の方がモータ電流実効値を低 減でき, w=0.7の方がトルクリプルを低減できており,重み 関数に応じて波形を所望に制御できていることがわかる。

図12に重み係数wとモータ電流実効値およびトルクリプ ルの関係を示す。回転速度は3000rpmとした。wが大きく, 電流実効値低減の重みが大きいほど,電流実効値が低減さ れ,最大で12.3%まで低減できる。一方,wが小さく,トル クリプルに重みが大きいほど,トルクリプルが低減され,最 大で75.6%まで低減できる。しかし,重みが大きい領域で, トルクリプルが低減する傾向にある。これは,電流立上りに よるトルクリプルと電流立下りによるトルクリプルが打ち 消し合ったためだと考えられる。

#### 6. 結論

本論文では、実電流は電流指令に不追従によって発生す るトルクリプルの評価関数を導出した。また、指令電流波形 の実効値とトルクリプルのトレードオフ関係を明確にし、 重み関数を導出し、所望の重みに対して、電流指令を導出す る手法を提案した。また、電流実効値低減、トルクリプル低 減、それぞれに重みを置いた場合で、それぞれ最大で12.3%、 75.6%まで低減できることを確認した。



- Haoding Li, Berker Bilgin, and Ali Emadi, "An Improved Torque Sharing Function for Torque Ripple Reduction in Switched Reluctance Machines," IEEE Trans. Power Electronics., vol. 34, no. 2, pp. 1635-1644, Feb. 2019.
- (2) 熊谷崇宏, 伊東淳一:「磁化特性の数式モデルに基づくゼロトルクリ プル下における SRM の電流実効値と DC 電流リプルの低減手法」, 産業応用部門大会, Vol., No. 3-14 (2018)
- (3) Changhwan Choi, Seungho Kim, Yongdae Kim, and Kyihwan Park, "A new torque control method of a switched reluctance motor using a torque-sharing function," IEEE Trans. Magnetics., vol. 38, no. 5, pp. 3288-3290, Sep. 2002.
- (4) X. D. Xue, K. W. E. Cheng, and S. L. Ho, "Optimization and Evaluation of Torque-Sharing Functions for Torque Ripple Minimization in Switched Reluctance Motor Drives," IEEE Trans. Power Electron., vol. 24, no. 9, pp. 2076-2090, Sep. 2009.



Fig. 9. Generation flow for ideal current waveform.



Fig. 10. The relationship between  $\theta_{lap}$  and weight function



Fig. 12. The relationship between weighting factor w