

# アクティブインピーダンスの広帯域化に向けた スイッチング周波数の最適化

山下 一祥\* 大畠 慶太 日下 佳佑 渡辺 大貴 伊東 淳一 (長岡技術科学大学)

## Optimization of Switching Frequency for Wideband Active Impedance Circuit

Kazutada Yamashita\*, Keita Ohata, Keisuke Kusaka, Hiroki Watanabe, Jun-ichi Itoh (Nagaoka University of Technology)

This paper clarifies the least switching frequency for active impedance circuits to achieve the desired behavior of passive component. The bandwidth of active impedance circuits is limited by characteristics of the feedback loop of current control. Both flat gain and phase characteristics are required in the current control. At first, the Bode plot of the current control loop, including pulse-width modulated inverter, is investigated. Ratio of the switching frequency and the cutoff frequency is determined by preferable characteristics as active impedance circuits. Then, the widest bandwidth of virtual impedance is obtained in the case of deadbeat control. As a result, switching frequency should be set at least 25 times of desired bandwidth of virtual impedance in 50% accuracy condition.

キーワード：アクティブインピーダンス回路，デジタル制御，周波数特性

(Keywords: Active impedance circuit, Digital control, Frequency characteristics)

### 1. はじめに

アクティブインピーダンス回路は，スイッチング素子を用いた電流制御により受動素子の挙動を模擬する回路である。特に近年，電力変換器に用いられる大型の受動素子をアクティブインピーダンス回路で代替することで，電力変換器の高パワー密度化を図ることが期待されている。さらに，アクティブインピーダンス回路は運転中に模擬対象の回路パラメータを任意に変更可能であることから，制御自由度が向上する<sup>(1)</sup>。

アクティブインピーダンス回路の利点を活かした適用例の一つとして，負性インダクタンスの模擬が検討されている<sup>(2)</sup>。文献[2]では，アクティブインピーダンス回路で模擬した負性インダクタンスを配線に直列に挿入することで配線インダクタンスによる影響を打ち消しているものの，適用先は電力系統が前提とされている。そのため，系統周波数のような比較的低い周波数を対象とした制御が用いられている。

一方文献[3]では，系統連系インバータに適用する入力フィルタのキャパシタにおいて，アクティブインピーダンス回路の適用が検討されている。しかし，連系インバータのスイッチング周波数は数 kHz 程度と低いほか，連系インバータのスイッチング周波数に対するアクティブインピーダンス回路のスイッチング周波数の設計法は明らかではない。

文献[3]での系統連系インバータのような電力変換器においてアクティブインピーダンス回路を適用する場合，アクティブインピーダンス回路は適用する電力変換器のキャリア周波数に対して受動素子の挙動を模擬する必要がある。そのため，キャリア周波数が数十 kHz である電力変換器では，受動部品の挙動模擬に必要なスイッチング周波数が数百 kHz 以上の高周波となる。しかし，スイッチング周波数を必要以上に高周波化した場合，損失やノイズの増加による装置体積の大型化が課題となる。

そこで本論文では，アクティブインピーダンス回路において所望のインピーダンスの模擬に最低限必要なスイッチング周波数について検討を行う。電流制御系における複数のデジタル再設計手法の比較より，特にゲイン特性に着目して電流制御帯域とスイッチング周波数との関係性を明確化する。これまで，著者らはゲインはスイッチング周波数に対して約 34%まで-3dB を維持できることが明らかにした<sup>(4)</sup>。文献[4]ではゲイン特性に着目したが，実際にアクティブインピーダンス回路を実現するには位相特性も重要である。ゲイン低下は模擬インダクタンス値の誤差を招き，位相遅れは抵抗成分発生の原因となる。よって，アクティブインピーダンス回路の所望の最大動作周波数に対して，電流制御系のゲイン特性と位相特性を維持するスイッチング周波数を決定する必要がある。

電流制御系の閉ループ特性が模擬インピーダンスの精度に与える影響の定量的な評価より，所望の帯域及び許容可

能な模擬インピーダンスの誤差から必要なスイッチング周波数を算出したため報告する。

## 2. アクティブインピーダンス回路の動作

〈2.1〉 インピーダンスの模擬方法 図1にアクティブインピーダンスの原理図を示す。ここではインダクタを模擬する場合を考える。所望のインダクタンス値  $L_{emu}$  に流れる電流  $i_{in}$  は(1)式となる。

$$i_{in} = \frac{1}{L_{emu}} \int v_{in} dt \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $v_{in}$  は入力電圧である。一方、アクティブインピーダンス回路は電圧源とインダクタ  $L$  を内包している。アクティブインピーダンス回路に流れる電流  $i_{in}$  は(2)式となる。

$$i_{in} = \frac{1}{L} \int (v_{in} - v_{feed}) dt \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $v_{feed}$  は内部電圧源が出力する電圧である。(1)式と(2)式より、インバータは (3)式で表される  $v_{feed}$  を出力すれば、 $L_{emu}$  を模擬できる。

$$v_{feed} = v_{in} \left( 1 - \frac{L}{L_{emu}} \right) \dots\dots\dots (3)$$

また、(2)式をラプラス変換すると(4)式となる。

$$i_{in} = \frac{1}{sL_{emu}} v_{in} \dots\dots\dots (4)$$

$sL_{emu}$  は所望のインピーダンスを示している。そこで  $sL_{emu}$  を  $Z_{desire}$  と置く。アクティブインピーダンスの制御においては、(5)式のインピーダンス方程式に基づいて電流指令値  $I_{cmd}$  を生成し、後段の入力電流制御で  $I_{in}$  を追従させる。

$$I_{cmd} = \frac{1}{Z_{desire}} v_{in} \dots\dots\dots (5)$$

〈2.2〉 回路構成 図2にアクティブインピーダンスを実現する回路を示す。入力電圧  $V_{in}$  に応じて、フルブリッジインバータを用いてインダクタ電流  $I_{in}$  の制御を行う。2つのレグのスイッチングパターンは相補的に動作させることで、 $-V_{DC}$ 、 $+V_{DC}$  を出力する2レベル出力として検討した。

図3に制御ブロック図を示す。プラントはアクティブインピーダンス回路に含まれるインダクタである。インダクタンスを  $L$  として置く。電流指令値  $I_{cmd}$  は、 $1/Z_{desire}$  に入力電圧  $V_{in}$  を乗じることにより算出する。電流制御器は、電流指令値  $I_{cmd}$  から電流  $I_{in}$  までの閉ループ伝達関数に零点を含ませないようにするため、I-P制御を採用した。

〈2.3〉 アクティブインピーダンス回路のインダクタンス設計 図4にスイッチング周波数と  $I_{cmd}$  の周波数が一致している時の電流波形の概略図を示す。黒線は電流指令、赤線は低いインダクタンス値とした場合の電流波形、青線は高いインダクタンス値とした場合の電流波形をそれぞれ示している。スイッチング周波数と電流指令の周波数が接近

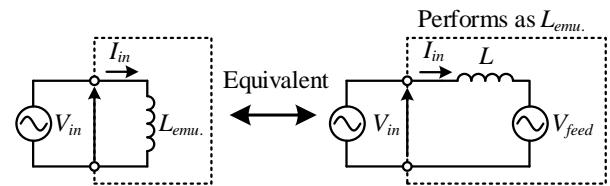


Fig.1 Emulation of impedance.

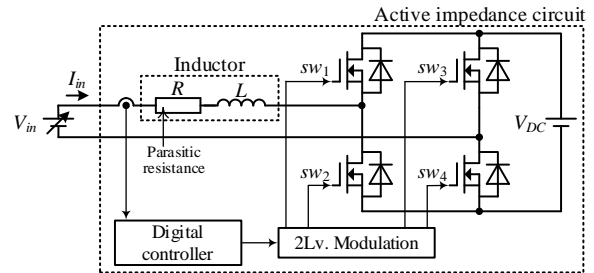


Fig.2 Circuit diagram of active impedance.

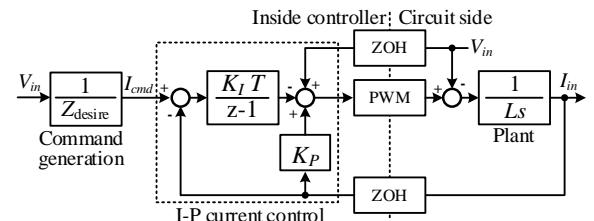


Fig.3 Block diagram of current control.

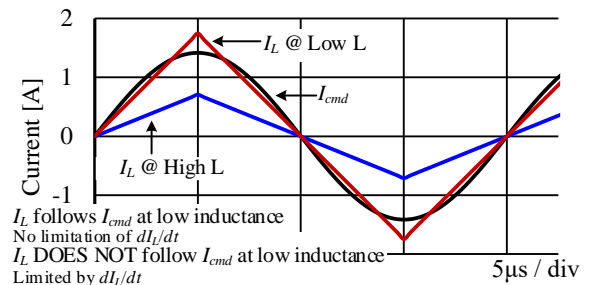


Fig.4 Current waveform in case of close command frequency against switching frequency.

した場合、制御周期1周期内でインダクタ電流を定格電流まで変化させる必要がある。すなわち、三角波状の電流の基本波成分で電流指令の正弦波に追従しなければならない。インダクタンスが大きい場合、インダクタ電流の傾き  $di_L/dt$  は直流電圧  $V_{DC}$  とインダクタンスで制限されるため、青線のように指令値に追従できなくなる。従ってアクティブインピーダンス回路中のインダクタンスの上限値を知る必要がある。

三角波中に含まれる基本波成分の振幅が  $8/\pi^2$  であることから、 $di/dt$  の制約により定格電流  $I_{rated}$  で追従できる最大の周波数  $f_{didt}$  は(6)式となる。

$$f_{didt} = \frac{V_{DC}}{L \cdot 2\pi \cdot \frac{8}{\pi^2} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{rated}} \approx 0.139 \cdot \frac{V_{DC}}{L \cdot I_{rated}} \dots\dots\dots (6)$$

また、スイッチング周波数を最大周波数とすれば、スイッチング周波数以上の電流指令値に対しては追値制御できないことは明らかである。よって  $f_{didi}$  に  $f_{sw}$  を代入し式変形すると、インダクタンス値の決定式として(7)式が得られる。

$$L < 0.139 \cdot \frac{V_{DC}}{f_{sw} \cdot I_{rated}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

### 3. PWM の影響の考慮

〈3・1〉 PWM の伝達関数 図5に本検討におけるゲートパルスの生成方法を示す。本検討ではキャリアの上限を山、下限を谷と称する。本検討ではキャリアの山で検出値のホールドを行い、次の山でデューティ指令を更新する。電圧指令から見ると、電流検出値は前回値となる。

本検討では、簡単化のためPWMを零次ホールドとして考慮する。零次ホールドの伝達関数は(8)式で表される。

$$H_{ZOH}(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-sT}) \quad \dots\dots\dots (8)$$

図6にシミュレーションにより求めた零次ホールドのボード線図を示す。横軸はスイッチング (= サンプリング) 周波数で規格化している。ナイキスト周波数付近ではゲインが大きく低下する。

〈3・2〉 離散時間系におけるプラントモデルの導出 本検討では、プラントはインダクタとする。連続時間系におけるプラントの伝達関数  $P_c(s)$  は(9)式である。

$$P_c(s) = \frac{1}{Ls} \quad \dots\dots\dots (9)$$

I-P 電流制御器の出力から入力電流  $I_m$  までには零次ホールド及び連続時間系のプラントが存在する。これらの連続接続の伝達関数は(10)式である。

$$H_{ZOH}(s) \cdot P_c(s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-sT}) \cdot \frac{1}{Ls} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(10)式を Z 変換することで離散時間系におけるプラントの伝達関数  $P_D(z)$  として(11)式を得る。

$$P_D(z) = Z\{H_{ZOH}(s) \cdot P_c(s)\} = \frac{T}{L} \cdot \frac{1}{z-1} \quad \dots\dots\dots (11)$$

以降、(11)式を制御対象として制御設計を行う。

### 4. 制御設計

〈4・1〉 離散時間系の極配置とゲイン設計 図7に離散時間系におけるアクティブインピーダンス全体の制御ブロック図を示す。Lはインダクタンスである。図7より電流制御系の閉ループ伝達関数  $C(z)$  は(12)式である。

$$C(z) = \frac{\frac{T^2 K_I}{L}}{z^2 + \left(\frac{TK_P}{L} - 2\right)z + \left(1 - \frac{TK_P}{L} + \frac{T^2 K_I}{L}\right)} \quad \dots\dots\dots (12)$$

制御設計を行うにあたり、最初に連続時間系の極を決定

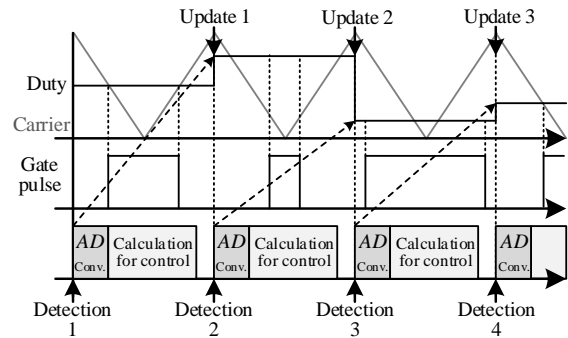


Fig. 5 Timing chart of gate pulse generation.

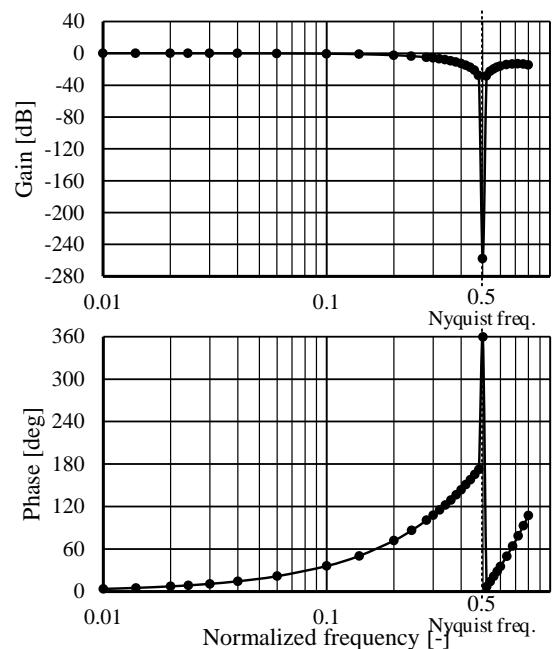


Fig. 6. Bode plot of zero-order hold.

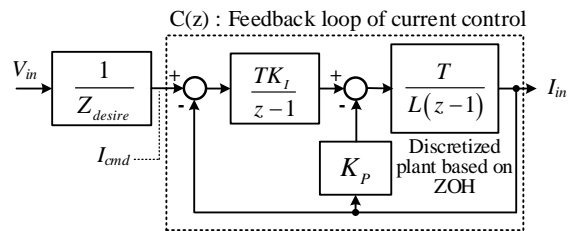


Fig. 7 Control block diagram in discretized region.

する。ここでは通過帯域においてゲインを最大限に平坦とするため、閉ループ系をバターワース特性に設計する。連続時間系における極  $p$  は(13)式である。

$$p = \alpha \pm j\beta = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $\omega_n$  はカットオフ角周波数、 $\zeta$  は減衰係数である。次に、連続時間系の極を離散時間系の極に変換する。 $p$  の実部  $\alpha$ 、虚部  $\beta$  を用いると、離散時間系の極  $q$  は(14)式となる。

$$q = \gamma \pm j\delta = e^{\alpha T} \cos(\beta T) \pm j e^{\alpha T} \sin(\beta T) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで  $\gamma$  及び  $\delta$  を零とすれば有限整定制御(デッドビート制御)となる。(14)式で示された離散時間系の共役な極  $q$  を持つシステムの分母多項式  $D(z)$  は式(15)である。

$$D(z) = z^2 - 2\gamma z + \gamma^2 + \delta^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

(12)式の分母多項式と(15)式の係数比較より、離散時間系の極  $q$  の実部  $\gamma$ 、虚部  $\delta$  を用いて、比例ゲイン  $K_P$ 、積分ゲイン  $K_I$  をそれぞれ(16)式、(17)式に設定する。

$$K_P = \frac{2L}{T}(1-\gamma) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$K_I = \frac{L}{T^2}(\gamma^2 + \delta^2 - 2\gamma + 1) \quad \dots\dots\dots (17)$$

〈4.2〉 模擬インピーダンスの誤差 アクティブインピーダンス回路の電流制御系においては、ゲインだけでなく位相にも平坦な特性が求められる。電流制御系の特性が模擬インピーダンスに及ぼす影響について説明する。

図7において、 $1/Z_{\text{desire}}$  は指令値生成のゲイン、 $C(\omega)$  は電流制御の閉ループ  $C(z)$  において定常状態を仮定し、 $z$  を  $e^{j\omega T}$  とした閉ループ特性を示している。ここで、 $1/Z_{\text{desire}}$  はコントローラの離散化の影響を受けず、いかなる周波数でも正確なアドミッタンスが演算できるものとする。一方、制御結果のインピーダンス  $Z_{\text{actual}}(\omega)$  は(18)式である。

$$Z_{\text{actual}}(\omega) = \frac{Z_{\text{desire}}}{C(\omega)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $Z_{\text{desire}}$  と  $Z_{\text{actual}}(\omega)$  の誤差率  $\varepsilon$  を(19)式で定義する。

$$\varepsilon = \frac{Z_{\text{actual}}(\omega) - Z_{\text{desire}}}{Z_{\text{desire}}} = \frac{1}{C(\omega)} - 1 \quad \dots\dots\dots (19)$$

(19)式より、誤差率  $\varepsilon$  には所望のインピーダンス  $Z_{\text{desire}}$  は関係せず、電流制御の閉ループ特性のみが寄与することがわかる。

〈4.3〉 スイッチング周波数の決定 電流制御の閉ループゲイン  $C(\omega)$  は、前節で(16)式及び(17)式で示されたゲイン設計の結果として(20)式となる。

$$C(\omega) = \frac{1}{e^{j2\omega T} - 2\gamma e^{j\omega T} + \gamma^2 + \delta^2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

(20)式を(19)式に代入し、実部と虚部に分離すると(21)式を得る。

$$\varepsilon = \cos(2\omega T) - 2\gamma \cos(\omega T) + \gamma^2 + \delta^2 - 1 + j(\sin(2\omega T) - 2\gamma \sin(\omega T)) \quad \dots (21)$$

誤差率  $\varepsilon$  のノルムを用いることで、インピーダンスの誤差の絶対量を評価できる。誤差率のノルムは(22)式である。

$$|\varepsilon| = \sqrt{(\cos(2\omega T) - 2\gamma \cos(\omega T) + \gamma^2 + \delta^2 - 1)^2 + (\sin(2\omega T) - 2\gamma \sin(\omega T))^2} \quad (22)$$

ここで、(22)式において有限整定制御をする場合を考える。有限整定制御時においては  $\gamma$  及び  $\delta$  を零に指定するため、誤

差率のノルムは(23)式となる。

$$|\varepsilon|_{\gamma=\delta=0} = \sqrt{(\cos(2\omega T) - 1)^2 + (\sin(2\omega T))^2} = 2\sin(\omega T) \quad \dots\dots\dots (23)$$

所望の誤差率のノルムを  $e_{\text{desire}}$  とすれば、所望の帯域  $f_{\text{desire}}$  と必要なスイッチング周波数  $f_{\text{sw}}$  の関係は(24)式である。

$$f_{\text{desire}} = \frac{\sin^{-1} e_{\text{desire}}}{2\pi} f_{\text{sw}} \quad \dots\dots\dots (24)$$

誤差率のノルム  $e_{\text{desire}}$  を 0.5 まで許容する場合、スイッチング周波数  $f_{\text{sw}}$  に対する模擬インピーダンスを維持できる上限の周波数  $f_{\text{desire}}$  は(24)式より約 0.0402 倍となる。

### 5. シミュレーション結果

表1にシミュレーション条件を示す。このとき、(7)式よりインダクタンスは 834  $\mu\text{H}$  以下である必要がある。そのため  $L$  は 600  $\mu\text{H}$  とした。

図8に電流制御系のカットオフ周波数  $f_n$  を変動させた場

Table 1 Simulation parameters

	Symbol	Value
Input voltage	$V_{in}$	0V
DC link voltage	$V_{DC}$	300V
Rated current	$I_{rated}$	1.0 A
Switching frequency	$f_{sw}$	50kHz
Control period	$T$	20 $\mu\text{s}$
Inductance	$L$	600 $\mu\text{H}$

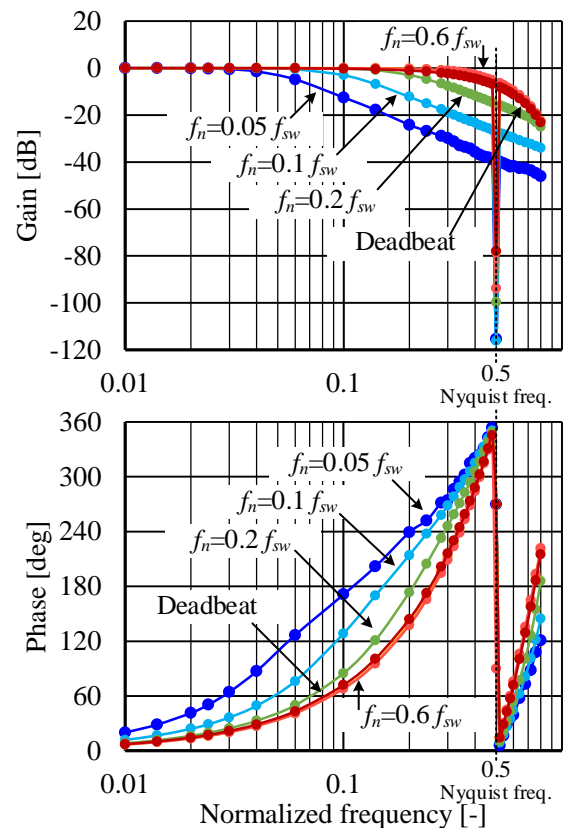


Fig. 8 Bode plot of various cutoff frequency.

合のボード線図を示す。なお、このときスイッチング周波数  $f_{sw}$  は 50kHz として行っているが、横軸は  $f_n / f_{sw}$  として規格化している。ゲイン特性はナイキスト周波数まで概ね平坦な特性となる。一方、位相特性は入力電流指令値の周波数  $f_{cmd}$  を  $f_{sw}$  の 0.01 倍とした点からナイキスト周波数まで単調増加する。また、カットオフ周波数を大きく設定した場合にはゲイン特性及び位相特性は有限整定制御のケースに漸近するが、それ以上には向上しない。これは、応答を速く設定するほど有限整定制御時のゲインに漸近していくためである。また、ナイキスト周波数ではゲイン及び位相が急激に変化する。これは、図 6 で示された零次ホールドの周波数特性によるものと推察される。以上より、アクティブインピーダンス回路において電流制御を I-P 制御として構成する場合、有限整定制御とすることで最も広帯域な特性を実現できる。

図 9 に有限整定制御の適用時において、電流指令値の周波数  $f_{cmd}$  を  $0.08f_{sw}$  及び  $0.2f_{sw}$  とした場合の電流波形を示す。上段の黒線が指令値、赤線が実電流である。下段の灰色線が電流指令値の検出値、桃色線が実電流の検出値である。電流制御系の遅延量は 2 サンプル分で変化しないが、電流指令

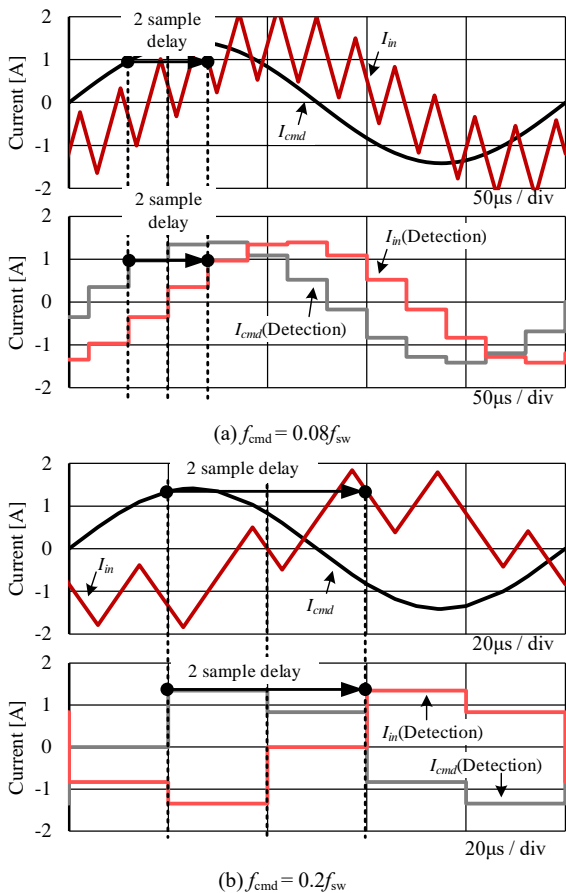


Fig. 9 Current waveform in severe condition.

値の周波数  $f_{cmd}$  が高いほど指令値一周内に占める遅延量の割合が増加する。その結果、電流指令値の周波数  $f_{cmd}$  がスイッチング周波数  $f_{sw}$  に接近するほど位相が大きく変化する。前述の通り、アクティブインピーダンスを実現するためには、位相特性も重要である。ゲイン特性はナイキスト周波数までほぼ平坦に保たれているが、それより低い周波数で電流制御系の位相遅れが生じる。以上より、アクティブインピーダンス回路の帯域は、電流制御系の位相特性によって制限されている。

図 10 にシミュレーション結果より求めた誤差率  $\varepsilon$  の複素平面上での軌跡を示す。図 9 より、有限整定制御とした場合に最も広帯域な特性となる。そのため電流制御系を有限整定制御とした場合の軌跡をプロットしている。中心に示した円は模擬パラメータの誤差率 50% を達成できる範囲である。図 10 より、電流指令値の周波数  $f_{cmd}$  がスイッチング周波数  $f_{sw}$  に対して 0.04 倍のときに誤差率が 50% を超える。これは 4 章の(24)式の妥当性を示す結果である。I-P 電流制御系において有限整定制御とする場合、模擬インピーダンスの誤差率のノルムを  $e_{desire}$ 、所望の帯域を  $f_{desire}$  とすれば、必要なスイッチング周波数  $f_{sw}$  は(24)式を変形した(25)式で決定できる。

$$f_{sw} = \frac{2\pi}{\sin^{-1} \frac{e_{desire}}{2}} f_{desire} \dots\dots\dots (25)$$

以上より、アクティブインピーダンス回路の実現には、有限整定制御が効果的であることを示した。しかし、有限整定制御はプラントのノミナル誤差に弱いという欠点がある。ノ

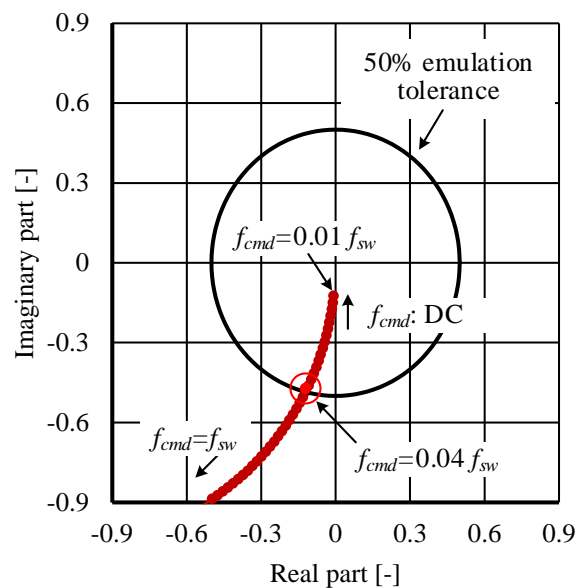


Fig. 10 Transition of emulation error.

ミナル誤差の例として、電流検出に遅れがある場合について検討する。

図 11 に電流検出に遅れがある場合のブロック図を示す。ここで  $D$  は遅延量である。一般に検出に遅れがある場合、安定性が損なわれる。検出の遅延により制御が破綻する原理を検証した。

図 12 に検出に遅延が存在する場合の電流シミュレーション波形を示す。なお、検出遅れ  $D$  は  $7\mu\text{s}$  (制御周期比 0.35 倍) とした。検出タイミングにずれが存在すると、実際よりも低い電流値が検出される。電流制御の応答を高い値に設定した場合、コントローラは電流  $I_{in}$  を電流指令値  $I_{cmd}$  に即座に追従させようとする。結果として不必要に電圧指令値が大きくなり、 $I_{in}$  はオーバーシュートする。以上の繰り返しにより、電流が脈動して制御が破綻する。特に有限整定制御は連続時間系においてカットオフ周波数を無限大にした場合に相当するため、上記の影響が顕著である。

## 6. まとめ

本論文では、アクティブインピーダンス回路におけるスイッチング周波数の決定法に関して明確化した。例として 50% の誤差率でインピーダンスを模擬するためには、所望の模擬帯域に対してスイッチング周波数は少なくとも 25 倍以上に設定すればよい。ナイキスト周波数でのゲイン及び位相の跳躍については、零次ホールドの周波数特性によるものであることが判明した。

1 パルス 1 計算としている現在のシステムは、ナイキスト周波数以上の周波数においては、折り返し成分と原信号を判別することができないため制御が不可能である。さらなる広帯域化には 1 パルスにつき 2 度のデューティ指令更新と、オーバーサンプリング方式の適用が効果的であると推察される。今後は位相特性の改善やオーバーサンプリング方式とした場合の制御法について検討を行う予定である。

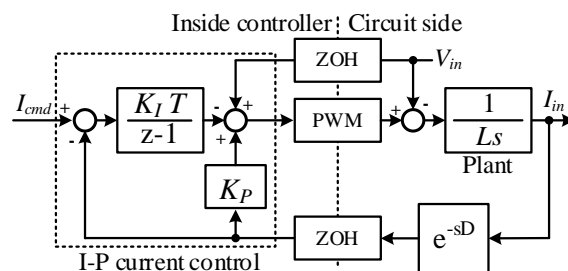


Fig.11. Control block diagram with detection delay

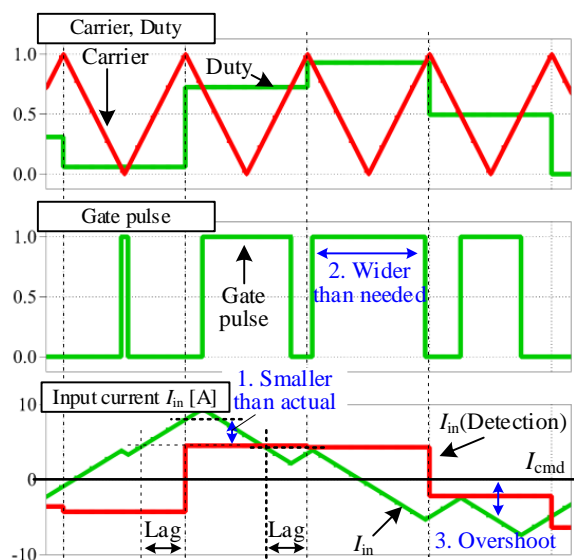


Fig. 12 Gate pulse generation with detection delay

## 文 献

- (1) A. Mukhopadhyay, M. Palmal and V. John, "DC Capacitor-Less Two-Terminal Unified Active Capacitor and Inductor," in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 59, no. 4, pp. 4441-4453, July-Aug. (2023)
- (2) H. Funato, A. Kawamura, K. Kamiyama: "Realization of Negative Inductance Using Variable Active-Passive Reactance (VAPAR)", IEEE Transaction on Power Electronics, Vol.12, No.4 pp.589-596 (1997)
- (3) S. Papadopoulos, M. Rashed, C. Klumpner, P. Wheeler: "A Hybrid Inverter Solution for Medium Voltage Applications using Series Capacitor and a CSI Active Power Filter (SC-APF)", 7th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2014), pp.1-6 (2014)
- (4) 山下一祥, 大島慶太, 日下佳祐, 渡辺大貴, 伊東淳一: "アクティブインピーダンス回路のスイッチング周波数の決定法に関する検討", 2024 年度新潟支所大会. (2024)
- (5) 鈴木雅康, 平田光男: "PWM ホールド離散系の入力変換による厳密線形化", 第 57 回自動制御連合講習会, pp.2056-2059 (2014)